

A másodfokú egyenlet gyökei és együtthatói közötti összefüggés alapján

$$x_1x_2 = 1 - b \quad \text{és} \quad x_1 + x_2 = -a,$$

ahol x_1 és x_2 jelöli az egyenlet gyökeit.

Innen

$$a^2 + b^2 = (x_1 + x_2)^2 + (1 - x_1x_2)^2.$$

A jobb oldalon a két négyzet összege most szorzattá alakítható:

$$(x_1 + x_2)^2 + (1 - x_1x_2)^2 = (1 + x_1^2)(1 + x_2^2).$$

Ha $b \neq 1$, akkor $x_1x_2 \neq 0$, vagyis a fenti szorzat tényezői nagyobbak 1-nél és a feltétel szerint egész számok. Ez azt jelenti, hogy $a^2 + b^2$ valóban összetett (egész) szám.

Ratkó Éva (Bp., Berzsényi D. Gimn., I. o. t.)