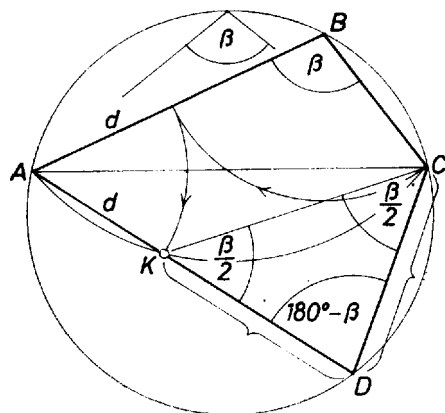


Megoldás. Tekintsük a feladatot megoldottnak. Jelöljük a négyszög adott csúcsait A, B, C -vel, a negyedik csúcsát D -vel. Válasszuk úgy a jelölést, hogy $AB \geq BC$ teljesüljön.



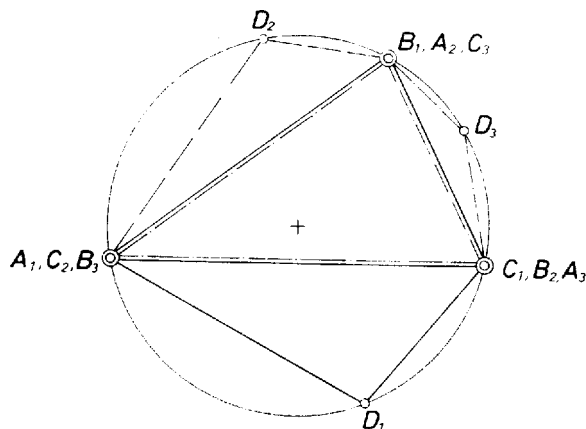
1. ábra

Mivel a négyszög húrnégyszög, ezért a D pont rajta van az A, B, C pontok által meghatározott körön. Az érintő-négyszög tulajdonságból pedig az következik, hogy $AB + CD = BC + AD$, azaz rendezve $AB - BC = AD - CD = d$. Mérjük fel A -ból az AD szakaszra a d távolságot. Jelöljük a kapott szakasz végpontját K -val. Ekkor a CKD háromszög egyenlő szárú, és a D csúcsnál lévő szöge ismert, hiszen az az $ABC \sphericalangle = \beta$ -t 180° -ra egészíti ki. Így $DKC \sphericalangle =$
 $= \frac{180^\circ - (180^\circ - \beta)}{2} = \frac{\beta}{2}$, vagyis $AKC \sphericalangle = 180^\circ - \frac{\beta}{2}$; tehát az AKC háromszögben ismerünk két oldalt és egy szöget.

Ezek alapján a négyszög szerkesztése a következő: az A, B, C pontok köré kört szerkesztünk, majd az AC oldal fölé $180^\circ - \frac{\beta}{2}$ látószögű kört. Ezt A -ból $d = AB - BC$ távolsággal elmetszve kapjuk a K pontot. Végül az AK egyenes kimetszi a körből D -t.

Az így szerkesztett négyszög nyilván húrnégyszög, és egyben érintőnégyszög is. Mivel $CKD \sphericalangle = 180^\circ - AKC \sphericalangle = \frac{\beta}{2}$, $KDC \sphericalangle = 180^\circ - \beta$, tehát KDC egyenlő szárú háromszög, $CD = KD$, vagyis $AB + CD = (BC + d) + CD =$
 $= BC + (d + KD) = BC + AD$.

Ha az A, B, C pontok egy egyenesbe esnek, akkor a feladatnak nincs megoldása. Ha A, B, C nem esik egy egyenesbe, akkor mindig 3 megoldás van; a megoldás során ugyanis feltételeztük, hogy a négyszög csúcsainak sorrendje A, B, C, D , azaz D a B -t nem tartalmazó AC köríven van. Ha viszont csak 3 pont van adva, akkor az általuk meghatározott 3 körív bármelyikére kerülhet D (2. ábra). Ha $d = 0$ (valamelyik esetben), akkor a húrnégyszög deltoid, és D -t a B -ből AC -re állított merőleges metszi ki a körből.



2. ábra