

Mindenekelőtt megjegyezzük, hogy a sorozat tagjai páratlanok, hiszen  $a_1 = 3$ , és a többi tag egy páratlan és egy páros szám különbségeként áll elő. Ezért a legnagyobb közös osztóként is csak páratlan szám adódhat.

Legyen  $a_n$  és  $a_k$  a sorozat tetszőleges két különböző eleme és tegyük fel, hogy  $n < k$ .  $k$ -ra vonatkozó teljes indukcióval bizonyítjuk, hogy  $a_n$  tetszőleges  $p$  (páratlan) osztójával elosztva  $a_k$ -t, maradékul  $+2$ -t vagy  $-2$ -t kapunk.  $k = n + 1$  esetén  $a_{n+1} = a_n^2 - 2$  jobb oldalán az első tag osztható  $p$ -vel, és így a jobb oldal  $p$ -vel osztva  $-2$ -t ad maradékul.

A többi elemnél  $2$  a maradék. Az indukciós feltevés alapján  $a_k = pc \pm 2$  alakú ( $-2$  a  $k = n + 1$  esetben lép fel). Ekkor  $a_{k+1} = a_k^2 - 2 = (pc \pm 2)^2 - 2 = (pc^2 \pm 4c)p + 2$ , ami igazolja az állításunkat.  $p$  páratlansága alapján csak úgy lehet osztója  $a_k$ -nak is, ha osztója  $2$ -nek is; tehát  $p = 1$ .