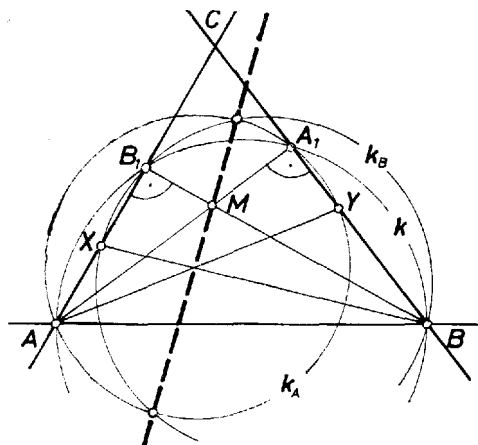


A megoldás során felhasználjuk a pont körre vonatkozó hatványának, valamint két kör hatványvonalának fogalmát, és ezek alapvető tulajdonságait. Az ezzel kapcsolatos definíciók és állítások megtalálhatók pl. a *Geometriai feladatok gyűjteménye II.* 923. és 931. feladatában.

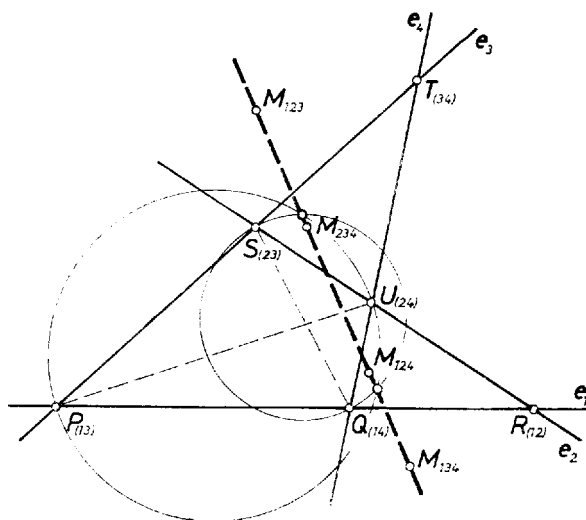
Először bebizonyítunk egy segédteét:

(*) Legyen X és Y az ABC háromszög AC , illetve BC oldalegyenesének tetszőleges pontja. Ekkor az AY és a BX átmérőjű körök hatványvonal tartalmazza az ABC háromszög M magasságpontját.



1. ábra

Jelöljük az ABC háromszög A -hoz, illetve B -hez tartozó magasságának talppontját A_1 -gyel, illetve B_1 -gyel, az AY és a BX átmérőjű köröket pedig k_A -val és k_B -vel (1. ábra). Ekkor $\angle AA_1Y = \angle BB_1X = 90^\circ$, ezért az A_1 pont rajta van a k_A , a B_1 pont pedig a k_B körön; továbbá az A_1 és a B_1 pont rajta van az AB átmérőjű k körön. Ezért az M pontnak a k_A és a k_B körre vonatkozó hatványa $MA \cdot MA_1$ és $MB \cdot MB_1$ megegyezik, mert mindkettő egyenlő az M pont k -ra vonatkozó hatványával. Vagyis M rajta van a két kör hatványvonalán.



2. ábra

Térjünk rá az eredeti feladatunk megoldására. Jelöljük a 4 egyenes 6 metszéspontját a 2. ábrán látható módon P, Q, R, S, T, U -val. Válasszunk ki a 6 metszéspont közül 2-2 szemköztit – azaz olyanokat, amelyek nincsenek egy egyenesen –, ábránkon P, U -t és S, Q -t. Azt állítjuk, hogy a PU és az SQ átmérőjű körök hatványvonal tartalmazza mind a négy magasságpontot. Ez segédteétünkéből következik, ha azt négyszer alkalmazzuk az alábbi választásokkal:

1. 2. 3. 4.
- $A : P P S Q$
- $B : S Q U U$
- $C : R T T R$
- $X : Q S P P$
- $Y : U U Q S$

Ezzel feladatunk állítását bebizonyítottuk.