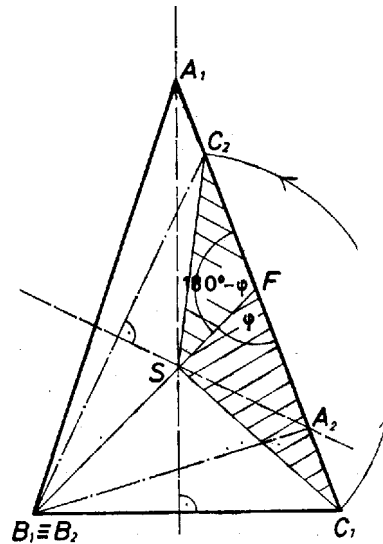


I. megoldás. Jelöljük a háromszög súlypontját S -sel, az AC szár felezőpontját F -fel, az adott szöget pedig φ -vel. Tudjuk, hogy a háromszög súlypontja harmadolja a súlyvonalakat, tehát $SF = \frac{1}{3}BF$, és $SC = SB = \frac{2}{3}BF$. Ezért az SFC háromszögben ismerünk két oldalt, továbbá a nagyobbikkal szemközti szöveget, ami φ , vagy $180^\circ - \varphi$ attól függően, hogy F -ből a BC oldal hegyes- vagy tompaszögben látszik (1. ábra).



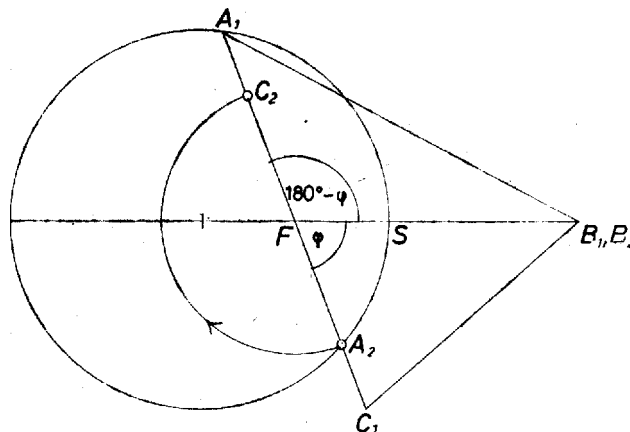
1. ábra

Ezek alapján az SFC háromszög az ismert módon megszerkeszthető. SFC megszerkesztése után C -nek F -re való tükörképe adja az A pontot, az FS félegyenesre pedig F -ből $3FS$ távolságot felmérve kapjuk a B pontot. Az így kapott ABC háromszög eleget tesz a feltételeknek, mert AC oldalának felezőpontja F , BF tehát súlyvonal; amely AC -vel φ szöveget zár be (e két egyenes hajlásszöge definíció szerint nem nagyobb 90° -nál!), továbbá S a háromszög súlypontja, mert harmadolja az egyik súlyvonalat, s ezért $SB = SC (= 2SF)$ -ből következik, hogy a háromszög egyenlő szárú, azaz $AB = AC$.

A feladatnak egy megoldása van, ha $\varphi = 90^\circ$, két megoldása, ha $\varphi \neq 90^\circ$ (1. ábra).

II. megoldás. Használjuk az előző megoldás jelöléseit. Mivel F felezőpont, ezért $AB : AF = 2 : 1$, tehát az A pont rajta van a BF szakasz $2:1$ arányhoz tartozó Apollóniusz-körén. Ezt felhasználva a szerkesztés könnyen elvégezhető:

A BF szakasznak megszerkesztjük a $2:1$ arányhoz tartozó Apollóniusz-körét. Ezután az F ponton át BF -fel φ szöveget bezáró egyenest szerkesztünk, ennek és a körnek a metszéspontja A , A -nak F -re vonatkozó tükörképe pedig C (2. ábra). Az így szerkesztett háromszög nyilván eleget tesz a feltételeknek.



2. ábra

Ha $\varphi = 90^\circ$, akkor két egybevágó megoldást kapunk, ha pedig $\varphi \neq 90^\circ$, akkor (helyzet szerint) 4 háromszög adódik – hiszen ekkor F -en át két különböző egyenest rajzolhatunk – de e háromszögek közül 2-2 egybevágó.