

I. megoldás. Az n -re vonatkozó teljes indukcióval bizonyítjuk az állítást. Ha $n = 1$, akkor az 1. ábra táblázata megfelelő.

1	0	1
1	-1	0
2	-1	

1. ábra

Legyen $n \geq 1$, és tegyük fel, hogy létezik olyan $2n \times 2n$ -es táblázat, amelyben az oszlopösszegek a

$$2n, -2n + 1, 2n - 2, \dots, 2, -1,$$

a sorösszegek pedig a

$$2n - 1, -2n + 2, 2n - 3, \dots, -2, 1, 0$$

számok. (Tehát a $-2n$ hiányzik.) Illesszük ennek jobb alsó sarkához az 1. ábra táblázatát, és egészítsük ki két darab $2n \times 2n$ -es „szegéllyel” a 2. ábrán látható módon.

Így a pozitív összegek 2-vel nőnek, a nem pozitívak 2-vel csökkennek, az 1. ábra sor- és oszlopösszegei tehát éppen „kitöltik a keletkezett hézagot”, a kapott $(2n + 2) \times (2n + 2)$ -es táblázat megfelelő lesz.

		$2n$							
$2n$								1	1
								-1	-1
								1	1
								-1	-1
								$\vdots$	$\vdots$
								1	1
								-1	-1
		1	-1	1	-1	...	1	-1	1
		1	-1	1	-1	...	1	-1	1
									0
									-1

2. ábra

II. megoldás. Megadunk egy megfelelő kitöltést. A főátló első n darab eleme legyen 0, a második n elem legyen 1, a főátló alatti elemek értéke legyen -1 , fölötte pedig $(+1)$ értékek álljanak (3. ábra).

0									
	0								
		$\ddots$							
			0						
				1					
					1				
						1			
							1		
								1	
									1

3. ábra

Ekkor az első n sorban különböző pozitív páratlan számok, a második n sorban pedig különböző nempozitív páros számok állnak. Az első n oszlopban különböző negatív páratlan számok, a második n oszlopban pedig különböző pozitív páros számok állnak.

Így valóban nincsenek egyenlők a $4n$ darab összeg között, hiszen bármelyik kettőnek különbözik vagy az előjele, vagy a paritása, vagy pedig az abszolút értéke.