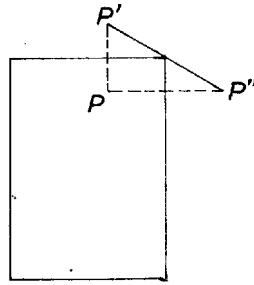
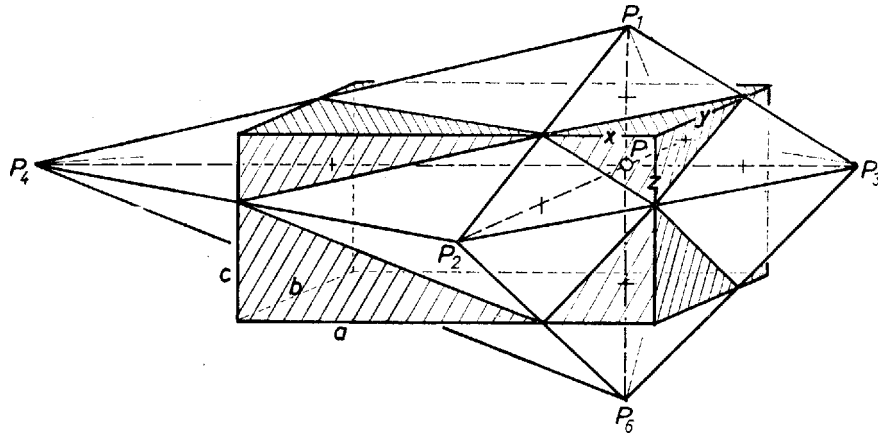


Tekintsünk egy olyan síkot, amely áthalad a P ponton és merőleges a téglatest két szomszédos lapjára. E sík 4 tükröppontot tartalmaz. Az 1. ábrán egy ilyen síknak és a téglatestnek a közös része (egy téglalap), és két tükröppont látható.



1. ábra

A tükrözés miatt a téglalap oldalai a $P'PP''$ derékszögű háromszög befogóinak a felező merőlegesei, metszéspontjuk ezért éppen $P'P''$ felezőpontja. Ez azt jelenti, hogy a tükröppontok által meghatározott oktaéder minden éle metszi a téglatest egy élét, így az oktaéder lapjai a téglatest minden sarkából egy-egy tetraédert metszenek le (2. ábra).



2. ábra

A közös rész térfogata a téglatest és a nyolc levágott rész térfogatának a különbsége. Ha a téglatest éleit a, b, c -vel, az egyik csúcsnál levágott tetraéder három egymásra merőleges éleit pedig x, y, z -vel jelöljük (2. ábra), akkor a keresett térfogat:

$$\begin{aligned} V &= abc - \frac{1}{6} \{ [xyz + (b-y)xz] + [y(a-x)z + (b-y)(a-x)z] + \\ &+ [yx(c-z) + (b-y)x(c-z)] + [y(a-x)(c-z) + (b-y)(a-x)(c-z)] \} = \\ &= abc - \frac{1}{6} \{ [bxz + b(a-x)z] + [bx(c-z) + b(a-x)c-z] \} = \\ &= abc - \frac{1}{6} abc = \frac{5}{6} abc. \end{aligned}$$

Tehát a közös rész térfogata a P pont helyzetétől független, mindig a téglatest térfogatának $5/6$ része.

Fedorcsák Péter (Miskolc, Földes Ferenc Gimn. II. o.)