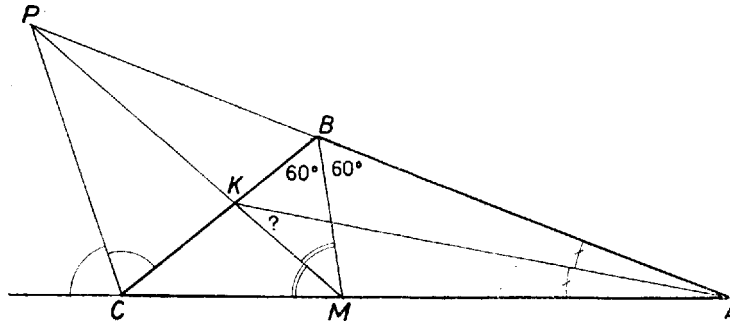


A bizonyítás során felhasználjuk azt az ismert tételt, hogy egy háromszög hozzáírt körének a középpontja rajta van az egyik szög belső és a másik két szög külső szögfelezőjén, vagyis ez a három egyenes egy pontban metszi egymást.



Az MBC háromszögben $MBC\angle = 60^\circ$, továbbá $CBP\angle = 180^\circ - ABC\angle = 60^\circ$, ezért a BP egyenes felezi a háromszög B csúcsánál levő 120° -os külső szöget. Ugyanakkor a C -nél levő külső szög felezője a CP egyenes, tehát P két külső szögfelezőnek a metszéspontja. Ezért az említett tétel alapján a PM egyenes megegyezik az MBC háromszög M csúcsához tartozó belső szögfelezőjével, azaz $BMP\angle = PMC\angle$. Hasonlóan az ABM háromszögben BK és MK külső szögfelezők, ezért az AK egyenes belső szögfelező, vagyis $BAK\angle = MAK\angle$. Jelöljük ezt a szöget α -val. Ekkor:

$$AMB\angle = 180^\circ - (ABM\angle + BAM\angle) = 180^\circ - (60^\circ + 2\alpha) = 120^\circ - 2\alpha,$$

így

$$BMK\angle = \frac{1}{2}BMC\angle = \frac{1}{2}(180^\circ - AMB\angle) = \frac{1}{2}(60^\circ + 2\alpha) = 30^\circ + \alpha,$$

tehát

$$\begin{aligned} AKM\angle &= 180^\circ - (KAM\angle + KMA\angle) = 180^\circ - (\alpha + BMK\angle + AMB\angle) = \\ &= 180^\circ - (\alpha + (30^\circ + \alpha) + (120^\circ - 2\alpha)) = 30^\circ. \end{aligned}$$

Ezzel állításunkat bebizonyítottuk.

Csörnyei Marianna (7. o. t., Budapest, Budenz Úti Ált. Isk.)
dolgozata alapján