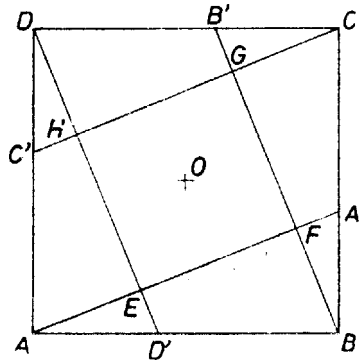


Jelöljük a keletkezett négyszög csúcsait az ábrán látható módon E, F, G, H -val, az eredeti négyzet középpontját pedig O -val. Az O körüli 90° -os elforgatás az $A, B, C, D, A', B', C', D'$ pontokat rendre a $B, C, D, A, B', C', D', A'$ pontokba viszi, tehát pl. az AA' és BB' szakaszok F metszéspontját a BB' és CC' szakaszok G metszéspontjába viszi. Ugyanígy látható be, hogy ennél a forgatásnál a G, H, E pontok képe rendre H, E és F , tehát az $EFGH$ négyszög képe önmaga. Ez viszont azt jelenti, hogy az $EFGH$ négyszög négyzet, és a középpontja O .



A négyzet területének kiszámításához elegendő egy oldalának hosszát meghatároznunk. Az ABA' derékszögű háromszögben BF éppen az AA' átfogóhoz tartozó magasság (hiszen $EFG \angle = 90^\circ$), tehát az ABA', AFB és BFA' háromszögek hasonlóak. Ezért a háromszögek megfelelő oldalainak aránya egyenlő:

$$\frac{FA}{AB} = \frac{AB}{AA'},$$

azaz – felhasználva, hogy Pitagorasz tétele miatt $AA' = \sqrt{1^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^2}$ –

$$FA = \frac{1 \cdot 1}{\sqrt{\frac{29}{25}}} = \frac{5\sqrt{29}}{29}.$$

Másrészt:

$$\frac{FB}{BA'} = \frac{AB}{AA'},$$

így

$$FB = \frac{\frac{2}{5} \cdot 1}{\sqrt{\frac{29}{25}}} = \frac{2\sqrt{29}}{29}.$$

De $FB = AE$, ezért a kis négyzet oldala:

$$EF = FA - FB = \frac{3\sqrt{29}}{29}.$$

tehát a kis négyzet területe $\frac{9}{29}$.

Megjegyzés. Teljesen hasonló módon oldhatjuk meg azt az általánosabb feladatot is, ahol az eredeti négyzet minden oldalát n egyenlő részre osztjuk, és minden oldalon a k -adik osztópontot választjuk ki. Ebben az esetben a kis négyzet területe:

$$T = \frac{(n-k)^2}{n^2 + k^2}.$$