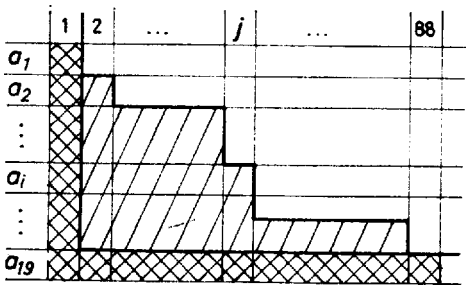
I. megoldás. Megmutatjuk, hogy a kérdéses összeg minden szóba jövő $\{a_n\}$ sorozatra ugyanakkora. Először is jegyezzük meg, hogy $a_{19} = 88$ miatt a $b_1, b_2, \ldots, b_{88}$ értékek léteznek és mindegyikük – természetesen – legfeljebb 19.



Készítsük el az ábrán látható 19×88-as táblázatot. A táblázat i-edik sorának j-edik mezőjét fessük feketére, ha $j \leq a_i$, egyébként ez a mező maradjon fehér.

Az i-edik sorban ekkor nyilván a_i darab fekete mező van, a táblázatban tehát összesen

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_{19}$$

mezőt festettünk feketére.

A fehér mezőket oszloponként számoljuk össze. A j-edik oszlopban a j-nél kisebb a_i-k soraiban álló mezők maradtak fehéren; ezek száma pontosan annyi, ahány j-nél kisebb eleme van az a_n sorozatnak, azaz $\{b_n\}$ értelmezése szerint – éppen $b_j - 1$ darab. Fehér mező tehát összesen

$$(b_1 - 1) + (b_2 - 1) + \ldots + (b_{88} - 1)$$

maradt a táblázatban.

A 19×88 mező mindegyike vagy fekete, vagy fehér, így a vizsgált összeg értéke

$$19 \cdot 88 + 88 = 1760$$

minden olyan monoton a_n sorozatra, melyre $a_{19} = 88$.

II. megoldás. A $\{b_n\}$ sorozat értelmezése miatt az $\{a_n\}$ sorozatnak $b_m - 1$ darab m-nél kisebb eleme van, így $(b_{m+1} - 1) - (b_m - 1) = b_{m+1} - b_m$ olyan eleme, ami éppen m.

A feltétel szerint $a_{19} = 88$, ezért a 88 nyilván $(20 - b_{88})$-szor fordul elő. Ez azt jelenti, hogy

$$\begin{gathered} a_1 + a_2 + \ldots + a_{19} = \\ = (b_2 - b_1) \cdot 1 + (b_3 - b_2) \cdot 2 + \ldots + (b_{88} - b_{87}) \cdot 87 + (20 - b_{88}) \cdot 88 = \\ = 20 \cdot 88 - (b_1 + b_2 + \ldots + b_{88}), \text{ és így } a_1 + a_2 + \ldots + a_{19} + b_1 + b_2 + \ldots + b_{88} = \\ = 20 \cdot 88 = 1760. \end{gathered}$$