

Legyen a feltételnek megfelelő módon megadott intervallumok jobb végpontjainak legkisebbike J_1 ; hagyjuk el az intervallumok közül mindazokat – a feltétel szerint legfeljebb hármat –, amelyek J_1 -et tartalmazzák. A megmaradó intervallumok egyike sem tartalmazza J_1 -et, rájuk a fenti eljárást megismételve a J_2 végpontot kapjuk, és ismét legfeljebb három újabb intervallumot hagyhatunk el. További intervallumunk viszont már egyáltalán nem maradhat, hiszen egy ilyennek sem a J_1 , sem pedig a J_2 végpontjával nem lehet közös pontja, e kettőnek pedig egymással szintén nincsen.

Azt kaptuk, hogy legfeljebb 6 intervallum adható meg az előírt módon. Ez viszont lehetséges is, ha közülük hármat-hármat „egymásba skatulyázunk”.

1988-11-389-1.eps

Megjegyzés. A megoldás során lényegében azt láttuk be, hogy ha intervallumok egy rendszerében bármely három között van két metsző, akkor létezik legfeljebb két pont – ezek voltak J_1 és J_2 – amelyek valamennyi intervallumot „lefogják”, azaz mindegyik intervallum tartalmaz a pontok közül legalább egyet.

Ez általában is igaz. Intervallumok bármely rendszerében az intervallumrendszert lefogó pontok számának a minimuma egyenlő a páronként közös pontok nélkül megadható intervallumok számának a maximumával. Ennél kevesebb pont nyilván nem elegendő valamennyi intervallum lefogásához, hiszen diszjunkt intervallumok lefogásához különböző pontokra van szükség. Az pedig, hogy ennyi ponttal megvalósítható valamennyi intervallum lefogása, éppen a megoldás gondolatmenetével igazolható, hiszen a kiválasztott $J_1, J_2, \dots, J_k$ végpontok egy diszjunkt intervallumrendszer végpontjai.