Először azzal az esettel foglalkozunk, amikor az $F$ pont a $k$ kör belsejébe (például az $OB$ szakaszra) esik, tehát $G$ kívülre (1. ábra).

1988-11-383-1.eps

*1. ábra*

A $k$ kör középpontját $O$-val, sugarát pedig $r$-rel jelöljük, legyen továbbá $GB=x$ és $FB=y$. Ha $C=E$, akkor a $G$ pont meghatározása értelmetlenné válik; így $C\neq E$ és $O\neq F$. Mivel $AG=AB+BG=2r+x$ és $AF=AB-BF=2r-y$, ezért azt kell belátnunk, hogy

$$(2r+x)y=(2r-y)x,$$

vagyis

$$ry+xy=rx.$$

Az $OGC$ és $ODF$ derékszögű háromszögek hasonlóak, hiszen $ODF\sphericalangle$ és $OGC\sphericalangle$ merőleges szárú szögek. A háromszögek hasonlósága miatt:

$$OG:OC=OD:OF,$$

azaz

$$\frac{r+x}{r}=\frac{r}{r-y}.$$

Rendezés után ebből éppen a bizonyítandó egyenlőséget kapjuk.

1988-11-384-1.eps

*2. ábra*

Könnyen belátható, hogy a $C$ és $D$ pontok szerepének felcserélésével az $F$ és $G$ pontok szerepe is éppen felcserélődik (2. ábra). A bizonyítandó egyenlőség azonban az $F$ és $G$ pontok felcserélésével sem változik (csupán az egyenlőség két oldala cserél helyet), így a fenti gondolatmenet a feladat állítását abban az esetben is bizonyítja, amikor $F$ a $k$ körön kívül van. Ha $F$ a $k$ körön helyezkedik el (azaz $F=A$ vagy $B$), akkor $F=G$, tehát a kívánt egyenlőség nyilvánvalóan teljesül.

*Zircher Péter* (Jászberény, Lehel Vezér Gimn., II. o. t.)
dolgozata alapján