

A feladat azt kérdezi, hogy hány valódi hatvány található az $[1, 10^6]$ intervallumban. Mivel $2^{20} > 10^6 > 2^{19}$, ezért egyetlen hatványkitevő sem lehet 19-nél nagyobb. Elegendő csupán a prímszám kitevőjű hatványokat összeszámolni, hiszen tetszőleges $y = u \cdot v$ összetett számra x^y előáll $(x^u)^v$ alakban.

Bármilyen p kitevőhöz $h(p) = \lfloor \sqrt[p]{10^6} \rfloor - 1$ darab p -edik hatvány esik az $[1, 10^6]$ intervallumba. (Az 1-et azért vontuk le, mert az $1^p = 1$ megoldás nem elégíti ki a feladat feltételét.) A $h(p)$ megfelelő értékeit az alábbi táblázat tartalmazza:

p	2	3	5	7	11	13	17	19
h(p)	999	99	14	6	2	1	1	1

Ez összesen 1123 darab számot jelent, ám vegyük észre, hogy bizonyos hatványokat – ilyen például $64 = 8^2 = 4^3$ – még így is többször számoltunk. Egy hatványt pontosan akkor számoltunk többször, ha az előáll $x_1^{p_1}$ és $x_2^{p_2}$ alakban is, ahol p_1 és p_2 két különböző prímszám. Ha $p(m)$ -mel jelöljük egy p prímszám kitevőjét az m prímtényező felbontásában, akkor $x_1^{p_1} = x_2^{p_2}$ esetén $p_1 \cdot p(x_1) = p_2 \cdot p(x_2)$, minden p prímre. Mivel $p_1 \neq p_2$, ezért $p(x_2)$ osztható p_1 -gyel, $p(x_1)$ pedig p_2 -vel, vagyis $x_1 = x^{p_2}$ és $x_2 = x^{p_1}$, valamilyen x egészre. A fenti számlálás során tehát azokat az x^y hatványokat számoltuk többször, amelyekben az y kitevőnek egynél több prímosztója is van; mindegyiküket éppen annyszor vettük számításba, ahány prímszámmal a kitevő osztható. Azok a 19-nél nem nagyobb összetett számok, amelyeknek egynél több prímosztójuk van, a következők: 6, 10, 12, 14, 15, 18. Mivel ezek mindegyike pontosan két prímmel osztható, ezért az x^6 , x^{10} , x^{12} , x^{14} , x^{15} , x^{18} -alakú hatványokat számoltuk kétszer. Közülük $x^{12} = (x^2)^6$ és $x^{18} = (x^3)^6$ lévén, csupán az x^6 , x^{10} , x^{14} és x^{15} alakúakkal kell foglalkoznunk. Az ilyen hatványok száma az $[1, 10^6]$ intervallumban rendre 9, 2, 1, 1. A valódi hatványok száma így $1123 - 13 = 1110$. Ehhez hozzá kell még vennünk az 1-et is, hiszen pl. $1 = 2^0$. Összesen tehát 1111 olyan szám van az $[1, 10^6]$ intervallumban, amely előállítható a kívánt alakban.