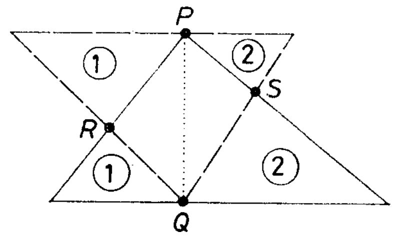
I. megoldás. Ha a darabolást el tudjuk végezni az adott piros és kék háromszögekhez hasonló háromszögekben, akkor az eredeti háromszögeket is szét tudjuk vágni az előírt módon, mert az egyes részekről csak azt követeljük meg, hogy hasonlóak legyenek.



1. ábra

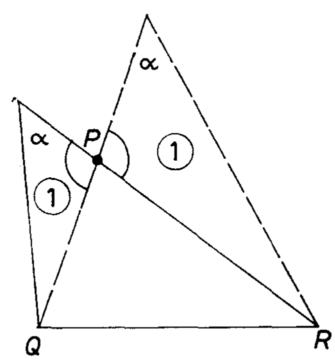
Nagyítsuk ezért a háromszögeket olyan arányban, hogy a legrövidebb magasságuk – amelyik a háromszög belsejében halad – egyenlő hosszú legyen, majd az így kapott két háromszöget helyezzük el az 1. ábrán látható módon, tehát hogy az immár egyenlő magasságok fedjék egymást, mégpedig úgy, hogy csúcs magasságtalppontba kerüljön és viszont. Ekkor a rájuk merőleges oldalak párhuzamosak lesznek és a magasságok kiválasztása miatt létrejönnek a további oldalpárok R, S metszéspontjai.

A PR, PS és a QR, QS vágások két-két háromszögre, valamint a $PRQS$ négyszögre bontják a piros és a kék háromszöget. Előbbiek közül az egyformán számozott párok hasonlók, mert megfelelő oldalaik párhuzamosak, a $PRQS$ négyszög pedig mindkét felbontásban szerepel, így a hasonló háromszögpárok eltávolítása után kapott rész egybevágó a piros és a kék háromszögben. A megadott felbontás tehát megfelel a feladat követelményeinek.

Vindics Vera (Bonyhád, Petőfi Sándor Gimn., III. o. t.)

II. megoldás. Megmutatjuk, hogy a két háromszög háromszögekre is felbontható az előírt módon. Ez nyilvánvaló, ha a két háromszög hasonló.

Az első megoldásban láttuk, hogy elegendő az eredetihez hasonló háromszögekre megadni a felbontást, így a továbbiakban föltesszük, hogy a piros és a kék háromszög egy-egy alkalmasan kiválasztott oldala egyenlő hosszú.



2. ábra

Ha a két háromszögben van egy-egy egyenlő szög, akkor válasszuk az ezekkel szemközti oldalak hosszát egyenlőnek és helyezzük el a háromszögeket a 2. ábrán látható módon. Mivel háromszögeink most nem hasonlók, az α-val jelölt szögek egyenlősége miatt pedig nem tartalmazhatják egymást, a P metszéspont létrejön. A PQ és a PR vágások így két-két részre osztják a piros és a kék háromszöget. A PQR háromszög mindkét felosztásban szerepel, piros és kék példánya egybevágó. A további két – 1-gyel jelölt – háromszög pedig hasonló, hiszen az α-val jelölt szögeken kívül a P-nél adódó csúcsszögek is egyenlők.

Ha tehát a piros és a kék háromszög egy-egy szöge egyenlő, akkor már egy-egy vágással két-két, páronként hasonló háromszöget kaphatunk. A feladatnak ekkor végtelen sok megoldása van, egy–egy újabb vágással bármelyik háromszög tovább osztható.

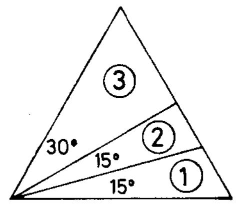
Ha nincsenek egyenlők a piros és a kék szögek között, akkor az eddigiek alapján elegendő belőlük egy-egy háromszöget úgy levágni, hogy ezek hasonlók legyenek – egybevágók lesznek – megmaradó részeik pedig olyan háromszögek, amelyekben van egy-egy egyenlő szög. Ezek a „maradékok” ugyanis a fentiek szerint egyetlen vágással oszthatók tovább a megfelelő módon.

Ez pedig azon múlik, hogy sikerül-e elhelyezni a piros és a kék háromszög megfelelően nagyított képét a 2. ábra szerint – természetesen most nem egyenlők az ott α-val jelölt szögek – tehát úgy, hogy létrejöjjön a P metszéspont, mert a közös PQR háromszög eltávolítása után megmaradó háromszögek P-nél levő szögei most is egyenlők.

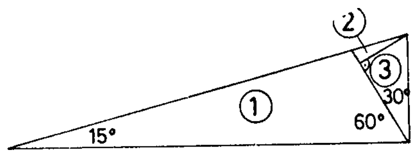
A 2. ábra szerinti elhelyezés pedig megvalósítható, ha a két háromszöget egy-egy olyan oldal mentén illesztjük össze, hogy a rajtuk nyugvó szögek közül az egyik a piros, a másik pedig a kék háromszögben a nagyobb. Ilyen két szögpár nyilván van, hiszen mind a piros, mind a kék szögek összege 180°, a piros és kék szögek között pedig nincsenek egyenlők.

Matolcsi Máté (Budapest, Kelen J. Ált. Isk., 8. o. t.)
dolgozata nyomán

Megjegyzés. A 3. ábrán két háromszög felbontása látható a második megoldás szerint. Egyikük szabályos, a másik derékszögű, hegyesszögei 15° és 75°.



3.a ábra



3.b ábra