

I. megoldás. Számozzuk meg a perselyeket, illetve a hozzájuk illő kulcsokat 1-től 30-ig, ezután helyezzük el a kulcsokat a zárt perselyekben, majd állítsuk sorba a perselyeket. A feltétel szerint ekkor a 30 kulcsnak 30!-féle egyenlően valószínű sorrendje lehetséges. Minden egyes sorrendnek a kulcsok egy részének a kihúzási sorrendje felel meg, nekünk azoknak a sorrendeknek a számára van szükségünk, amikor valamennyi perselyt fel tudjuk nyitni, tehát az összes kulcsot kihúztuk.

Egy adott elhelyezés esetén pontosan akkor akadunk el, ha már nyitva van az a persely, amelynek a kulcsa éppen a kezünkbe került. Maga a kulcs ekkor csak az 1-es számú, feltört persely kulcsa lehet, hiszen erőszakoskodás nélkül felnyitott persely kulcsa nem lehet későbbi perselyben. Amennyiben tehát valamennyi perselyt fel tudjuk nyitni, akkor harmadiknak az 1-es számú, feltört persely kulcsát húzzuk ki. Hívjuk a kulcsok ilyen sorrendjeit a perselyekben jó sorrendnek.

Mármint a kulcsok minden lehetséges $S = (s_1, s_2, \dots, s_{30})$ kihúzási sorrendjének – ahol tehát $s_{30} = 1$ – megfeleltethető a kulcsoknak egy olyan $S^* = (s_1^*, s_2^*, \dots, s_{30}^*)$ jó sorrendje a perselyekben, melynek során éppen az S sorrendben férünk hozzá a kulcsokhoz. Nyilván

$$s_1^* = s_1, \quad s_{s_1}^* = s_2, \quad s_{s_2}^* = s_3, \dots, s_{s_{28}}^* = s_{29}, \quad s_{s_{29}}^* = s_{30} = 1.$$

Az $S \leftrightarrow S^*$ megfeleltetés jól láthatóan kölcsönösen egyértelműen képezi le az 1-gyel végződő permutációk halmazát a jó sorrendek halmazára, így éppen annyi jó sorrend van, mint ahányféleképpen sorba rakhatjuk a 30 darab kulcsot úgy, hogy az 1-es számú álljon az utolsó helyen. Mivel pedig az ilyen sorrendek száma éppen $29!$, a keresett valószínűség $\frac{29!}{30!} = \frac{1}{30}$.

A második esetben, amikor kezdetben két perselyt törünk föl – föltehető, hogy ezek az 1-es és a 2-es sorszámúak – éppen azok a kihúzási sorrendek valósíthatók meg, amikor az 1-es, vagy pedig a 2-es számú kulcsot húzzuk ki utoljára, harmadiknak.

Az előzőekhez hasonlóan az ilyen sorrendeknek most is kölcsönösen egyértelműen felel meg egy és csak egy megfelelő elhelyezése a kulcsoknak, így ez utóbbiak száma most $2 \cdot 29!$. Két feltört persely esetén tehát $\frac{2 \cdot 29!}{30!} = \frac{2}{30}$ érték adódik a keresett valószínűsége.

II. megoldás. Belátjuk, hogy ha n persely közül k darabot törünk föl kezdetben ($1 \leq k \leq n$), akkor $\frac{k}{n}$ annak a valószínűsége, hogy ezután már valamennyi perselyt fel tudjuk nyitni.

Jelölje ennek az eseménynek a valószínűségét $p_{n,k}$.

Nyilvánvaló, hogy $p_{k,k} = 1$. Legyen most $n > k$ és tekintsük az n -edik perselyt. Ha ez a saját kulcsát tartalmazza – ennek $1/n$ a valószínűsége – akkor ehhez a perselyhez nem tudunk hozzáférni. Ha az n -edik persely az i -edik kulcsot tartalmazza, az n -edik persely kulcsa pedig a j -edik perselyben van ($1 < i, j < n$), akkor ez az elrendezés pontosan akkor nyitható fel, ha ez igaz arra az $n - 1$ perselyre is, ahol az i -edik kulcsa a j -edik perselyben van. Mivel ennek $p_{n-1,k}$ a valószínűsége, így

$$\begin{aligned} p_{n,k} &= \left(1 - \frac{1}{n}\right) p_{n-1,k} = \left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 - \frac{1}{n-1}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{k+1}\right) p_{k,k} = \\ &= \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-2}{n-1} \cdot \dots \cdot \frac{k}{k+1} = \frac{k}{n} \end{aligned}$$

valóban.