

A síkidomot az AB és az AC szakaszok három részre osztják: a BAC körcikkre, valamint az X és az Y középi körökből az AB , illetve az AC szakaszok által lemetstett körszeletekre (1. ábra).

1987-09-263-1.eps

1. ábra

A feltételből $BAC = 36^\circ$, és mivel $AX = BX$, ezért $ABX = 36^\circ$, vagyis a BXC szög is 72° -os. Az ABC és a BXC háromszögek tehát hasonlóak, ahonnan

$$(1) \quad \frac{AC}{CB} = \frac{CB}{CX} \quad (2. \text{ ábra}).$$

1987-09-264-1.eps

2. ábra

Felhasználva, hogy $AX = XB = BC = 1$, továbbá, hogy $AC = AX + XC$, (1)-ből $1 + XC = \frac{1}{XC}$ adódik, tehát XC pozitív gyöke a $t^2 + t - 1 = 0$ egyenletnek. Innen $XC = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ és így $AB = AC = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$.

Szükségünk lesz még az ABX háromszög X -ből induló magasságára. Ha F ennek talppontja, akkor Pitagorasz tétele szerint

$$FX^2 = AX^2 - AF^2 = 1 - \left(\frac{\sqrt{5} + 1}{4} \right)^2, \quad \text{ahonnan}$$

$$FX = \frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{4}.$$

Ezek után rátérünk az egyes részek területének kiszámítására. A BAC körcikk középponti szöge 36° , így a körcikk T_1 területe az AC sugarú kör területének tizedrésze:

$$T_1 = \frac{\pi \cdot AC^2}{10} = \frac{\pi}{20}(3 + \sqrt{5}).$$

A két körszelet tükrös a BC felező merőlegesére, tehát egyenlő területűek. Az AB által az X középi körből lemetstett körcikk T_2 területét megkapjuk, ha a 108° középponti szögű AXB körcikk területéből levonjuk az AXB háromszög területét. Eszerint

$$T_2 = \frac{108^\circ}{360^\circ} \pi \cdot AX^2 - \frac{AB \cdot FX}{2} = \frac{3\pi}{10} - \frac{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{8}.$$

Az adott síkidom területe ezek után

$$T = T_1 + 2T_2 = \frac{\pi}{20}(15 + \sqrt{5}) - \frac{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{4} \approx 1,756$$

területegység.