

A négyzetre emeléseket elvégezve, rendezés után az

$$x^2 + 2xy + y^2 - 18x - 81 = 0$$

egyenlethez jutunk. Ezt az x hatványai szerint rendezve

$$x^2 + 2(y - 9)x + y^2 - 81 = 0$$

adódik, ahonnan teljes négyzetté alakítás után

$$(2) \quad (x + y - 9)^2 = 9(18 - 2y).$$

Mivel a (2) bal oldalán négyzetszám áll, (2)-ben csak úgy állhat egyenlőség, ha $18 - 2y$ egy egész szám négyzete, hiszen együtthatója, a 9 ugyancsak négyzetszám. A feladatban $y \geq 0$, ezért a $18 - 2y$ lehetséges értékei a 18-nál nem nagyobb páros négyzetszámok, a 0, a 4 és a 16. A megfelelő y értékek ekkor 9, 7, illetve 1.

Az x értékét ezután a (2)-ből nyerhető másodfokú egyenletből kapjuk. Ha $y = 9$, akkor $x = 0$, ha $y = 7$, akkor $x = 8$ vagy $x = -4$, végül ha $y = 1$, akkor $x = 20$ vagy $x = -4$.

Figyelembe véve még, hogy x és y nemnegatív egész számok, kapjuk, hogy az (1) egyenletnek három megoldása van. Ezek

$$\begin{array}{lll} x_1 = 0, & x_2 = 8, & x_3 = 20; \\ y_1 = 9, & y_2 = 7, & y_3 = 1. \end{array}$$

Mivel átalakításaink ekvivalensek voltak, ezért a talált megoldások valóban kielégítik (1)-et.