

I. megoldás. Megmutatjuk, hogy a BFC szög derékszög.

1987-01-027-3.eps

1. ábra

Legyen a BC szár felezőpontja O . Ekkor OF a trapéz középvonala, hosszának kétszerese tehát egyenlő az alapok hosszának összegével, ami feltételünk szerint megegyezik a BC szár hosszával:

$$(1) \quad 2OF = AB + CD = BC = BO + OC.$$

Mivel O felezőpont, ezért $BO = OC$, tehát (1) miatt $OF = OB = OC$, és így az F pont rajta van a BC szakasz Thalesz-körén. Ez pedig valóban azt jelenti, hogy a BFC szög derékszög.

II. megoldás. Tükrözzük a trapézt az AD szár F felezőpontjára. A DC és AB alapok párhuzamossága miatt a B csúcs B' tükrüképe a DC egyenesen van és hasonlóan a C csúcs C' tükrüképe az AB egyenesen van (2. ábra). A tükrözés miatt a $B'CBC'$ négyszög paralelogramma, másrészt $C'B = C'A + AB = CD + AB$ miatt a feltétel azt jelenti, hogy $C'B = BC$, azaz a négyszög rombusz. Átlói, CC' és BB' tehát merőlegesek, és így a BFC szög derékszög.

1987-01-028-1.eps

2. ábra