

Jelölje az M halmaz elemeit rendre $a_1, a_2, \dots, a_m$ és legyen M elemeinek az összege S . A feltétel szerint minden a_i -re $|a_i| \geq |S - a_i|$, azaz

$$(1) \quad -|a_i| \leq S - a_i \leq |a_i|.$$

Ha a_i nemnegatív, akkor $|a_i| = a_i$, és így (1)-ből $-a_i \leq S - a_i \leq a_i$, ahonnan

$$(2) \quad 0 \leq S \leq 2a_i \quad (a_i \geq 0).$$

Hasonlóan ha $a_i \leq 0$, akkor

$$(3) \quad 2a_i \leq S \leq 0 \quad (a_i \leq 0).$$

Elegendő ezután megmutatnunk, hogy M -ben van nemnegatív és nempozitív elem is. Ekkor ugyanis (2) és (3) szerint $0 \leq S \leq 0$, azaz $S = 0$ valóban.

Ha M -nek minden eleme pozitív volna, akkor egyrészt $S > 0$, másrészt az m darab (2) egyenlőtlenséget összeadva $mS \leq 2S$, azaz

$$(m - 2)S \leq 0.$$

A feltétel szerint $m > 2$, így a bal oldal első tényezője pozitív. Következésképp $S \leq 0$, ellentétben az előbb kapott $S > 0$ -val. Hasonlóan vezet ellentmondásra az a föltevés is, hogy M -nek minden eleme negatív, amivel a feladat állítását bebizonyítottuk.

Megjegyzés. Ha $m = 2$, akkor a feltételből már nem következik az állítás, mint ahogy azt az $a_1 = a_2 \neq 0$ lehetőség mutatja.