

Az A_6A_7 oldal felező merőlegese a hétszög (egyik) szimmetriatengelye. Az A_1A_3 és A_3A_5 , valamint A_2A_7 és A_4A_6 húrok egymás f -re vonatkozó tükörképei, következésképp metszéspontjaik, B_1 és B_4 is tükörös helyzetűek. Hasonlóan C_1 és C_3 is szimmetrikus pontpár, ezért a feladat állítása következik abból, ha megmutatjuk: C_1 rajta van a B_1B_4 szakaszon, vagy ami ezzel ekvivalens, hogy $B_4C_1A_4 \triangleleft = A_1C_1B_1 \triangleleft$.

1986-11-393-1.eps

Most $C_1A_7B_1 \triangleleft = A_3A_7A_2 \triangleleft = A_4A_1A_3 \triangleleft = C_1A_1B_1 \triangleleft$, hiszen a középső két szög a hétszög egy-egy oldalához tartozó kerületi szög. Ezért a $C_1B_1A_1A_7$ négyszög húrnégyszög, és így

$$A_1C_1B_1 \triangleleft = A_1A_7B_1 \triangleleft = A_1A_7A_2 \triangleleft.$$

Hasonlóan $B_4A_4C_1 \triangleleft = A_6A_4A_1 \triangleleft = A_5A_3A_7 \triangleleft = B_4A_3C_1 \triangleleft$, itt két-két szomszédos oldalhoz tartozó kerületi szög egyenlőségét használtuk ki. Így $B_4C_1A_3A_4$ is húrnégyszög, tehát

$$B_4C_1A_4 \triangleleft = B_4A_3A_4 \triangleleft = A_5A_3A_4 \triangleleft.$$

Végül $A_1A_7A_2 \triangleleft$ és $A_5A_3A_4 \triangleleft$ egyenlősége következik például abból, hogy mindkettő a hétszög egy oldalához tartozó kerületi szöggel egyenlő.

Ezzel a feladat állítását beláttuk.

Megjegyzés. Sok megoldó trigonometriai azonosságok felhasználásával bizonyította az állítást. Ezek a megoldások az itt közölnél hosszabbak és bonyolultabbak.