

A kétjegyű palindrom számok a 11, 22, ..., 99; ezek közül a 11 prímszám, a többiek a 11 többszörösei. Megmutatjuk, hogy ez általában is igaz, tehát ha  $P$  páros jegyű palindrom, akkor osztható 11-gyel. Ebből következik, hogy a feladat egyetlen megoldása a 11.

Ha  $P$   $2n$ -jegyű és első  $n$  jegye  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , akkor a második  $n$  jegy a feltétel szerint  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1$ .  $P$  tehát felírható legfeljebb  $n$  darab  $\overline{a_i 00 \dots 00 a_i} \cdot 10^{i-1}$  alakú szám összegeként, ahol a közrefogott nullák száma páros. (Ha  $a_i = 0$ , akkor a megfelelő tag nyilván nem szerepel az összegben.)

Egy ilyen szám az  $100 \dots 001$  egész számú többszöröse ( $a_i \cdot 10^{i-1}$ -szerese), amely pedig  $11 \dots 11 - 10 \cdot 1 \dots 1$  alakba írható. Ez utóbbi felírásban a kivonandó második tényezője a kisebbítendőnél 2-vel kevesebb – és így ugyancsak páros darab 1-esből áll. Mivel pedig a páros sok 1-esből álló számok – mint a 10 megfelelő páros kitevőjű hatványai 11-szeresének összegei – oszthatók 11-gyel, így a fenti különbség mindkét tagja osztható 11-gyel, és így maga a különbség is.

A  $P$  szám tehát 11-gyel osztható számok egész számú többszöröseinek összege, tehát valóban osztható 11-gyel. Ezzel a bizonyítást befejeztük.

*Megjegyzés.* Ismeretes, hogy egy szám pontosan akkor osztható 11-gyel, ha 10-es számrendszerbeli alakjában a páros, illetve a páratlan helyi értékeken álló jegyek összegének különbsége osztható 11-gyel – általában pedig a szám és ez a különbség ugyanazt a maradékot adják 11-gyel osztva. Ezt felhasználva azonnal kapjuk, hogy egy páros jegyű palindrom osztható 11-gyel, ekkor ugyanis a szóban forgó különbség nulla.