

I. megoldás. A keresett derékszögű háromszög nem lehet egyenlő szárú, mert ekkor a derékszög szögfelezője merőleges az átfogóra, így egyik befogóval sem lehet egyenlő.

Az általánosság megszorítása nélkül feltehetjük tehát, hogy $BC > AC$ (C a derékszögű csúcs).

Messe a szögfelező az AB átfogót F -ben. Mivel F az AB szakasz belső pontja, $CF < CB$, így a CF szögfelező csak a rövidebbik befogóval lehet egyenlő.

A BDC derékszögű háromszögben a BD befogó a feladat szövege szerint a BC vetületeként adott, $DCB \sphericalangle = DCF \sphericalangle + FCB \sphericalangle = \frac{45^\circ}{2} + 45^\circ$, a BDC háromszöget tehát meg tudjuk szerkeszteni.

1986-02-073-3.eps

Ezután a CD szakasz C végpontjában a B -vel ellentétes félsíkon szerkesztett $22,5^\circ$ -os szög szára metszi ki BD meghosszabbításából az A csúcst. Látható, hogy a kapott háromszög eleget tesz a követelményeknek, ti. C -ben derékszögű, és C -beli szögfelezőjének hossza egyenlő a CA befogóval. Az adatokból tehát mindig szerkeszthető háromszög, és az egyértelmű.

II. megoldás. Megoldhatjuk a feladatot a hasonlóság alkalmazásával is. Először szerkesztünk egy egyenlő szárú $A'C'F'$ háromszöget, amelynek C' csúcsszöge 45° . Ha ezt kiegészítjük a C' csúcsban derékszögű háromszöggé, akkor a szerkesztendő háromszöghöz hasonló $A'B'C$ háromszöget kapunk.

Alkalmazzunk most olyan hasonlósági transzformációt, amely a $B'C'$ befogó $B'D'$ vetületét az adott BD hosszúságú szakaszba viszi át!

Ezt a szerkesztést a párhuzamos szelők tétele alapján végezhetjük el (ábra). A szögek ismeretében elegendő az AB átfogót megszerkesztenünk, ebből már könnyen megkaphatjuk a keresett háromszöget.

1986-02-073-4.eps