

Jelöljük a metsző síkot  $S$ -sel. A síkmetszet konvex síkidom, és pedig sokszög, szakasz vagy egyetlen pont. Ha sokszög, akkor csúcsai  $S$ -nek és az oktaéder élének a metszéspontjai; illetve ha  $S$  tartalmazza az oktaéder egy  $e$  élét, akkor az él két végpontja lesz csúcsa a sokszögnek.

Vizsgáljuk először az utóbbi esetet! Ha  $S$ -nek van pontja az oktaéder  $e$ -vel párhuzamos  $e'$  élén is, akkor  $S$  nem más, mint az oktaéder  $e$ -n átmenő szimmetriasíkja, ekkor pedig négyzet a síkmetszet. Ha pedig nincs ilyen pont, akkor  $S$  legfeljebb két pontban metszheti annak a térbeli négyszögnek a kerületét, amely az oktaéder  $e$ -hez képest kitérő négy éléből áll (1. ábra). A síkmetszet ekkor legfeljebb négyszög, hisz az  $e$ -vel szomszédos éleken  $S$ -nek nem lehet belső pontja.

1986-01-024-1.eps

*1. ábra*

Ha  $S$  nem tartalmaz egyetlen élt sem, akkor bontsuk az  $ABCDEF$  oktaéder élvázát három, közös él nélküli négyzetre : ezek az  $ABCD$ , az  $AECF$  és a  $BEDF$  (2. ábra). Mivel  $S$  nem tartalmaz élt, bármely négyzet kerületét legfeljebb két pontban metszheti, így magának az oktaédernek az élvázát legfeljebb hat pontban. Ez azt jelenti, hogy a síkmetszet legfeljebb hatoldalú.

1986-01-024-2.eps

*2. ábra*

*Megjegyzés.* Látható, hogy a síkmetszet lehet három-, négy-, öt-, illetve hatoldalú sokszög, szakasz vagy pedig pont. Az állítás úgy is igaz, ha az oktaéder nem szabályos ugyan, de az  $ABCD$ ,  $AECF$  és  $BEDF$  négyszögek síknégyszögek (és mind a 8 lapja háromszög alakú). Ha valamelyikük nem az, akkor lehetséges nyolcoldalú síkmetszet is (3. ábra).

1986-01-024-3.eps

*3. ábra*