

Vonjuk ki (1) mindkét oldalából a jobb oldalon álló összeg első tagját! A bal oldal ezután így alakítható:

$$\begin{aligned}(a^2 + b^2 + c^2)^2 - 4b^2(a^2 + c^2) &= (a^2 + c^2)^2 + b^4 + 2b^2(a^2 + c^2) - 4b^2(a^2 + c^2) = \\ &= (a^2 + c^2 - b^2)^2,\end{aligned}$$

azaz (1) pontosan akkor teljesül, ha

$$(2) \quad (a^2 + c^2 - b^2)^2 = 3a^2c^2.$$

Írjuk fel a koszinusztételt az ABC háromszög β – azaz b -vel szemközti – szögére:

$$\begin{aligned}b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta, \quad \text{ahonnan} \\ a^2 + c^2 - b^2 &= 2ac \cos \beta.\end{aligned}$$

Ezt (2)-be helyettesítve

$$(2ac \cos \beta)^2 = 4a^2c^2 \cos^2 \beta = 3a^2c^2,$$

ahonnan

$$\cos^2 \beta = \frac{3}{4}, \quad \text{hisz} \quad ac \neq 0.$$

Innen $\cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ vagy pedig $\cos \beta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. Az első esetben $\beta = 30^\circ$, a második esetben pedig $\beta = 150^\circ$. A háromszög β szöge tehát 30° -os vagy pedig 150° -os. Mivel a megoldás lépései megfordíthatók, az is látszik, hogy ha egy háromszög β szöge 30° vagy pedig 150° , akkor oldalaira – a szokásos betűzés mellett – fennáll (1).