

Legyen az $ABCD$ gúla (alapja ABC) köré írt gömb középpontja O , a gúla magasságának talppontja M , a magasság hossza pedig 2 egység. Ekkor a feltétel szerint a gömb sugara 9 egység, így M az OD belső pontja.

1986-01-021-1.eps

Az OMB derékszögű háromszögből

$$BM = \sqrt{OB^2 - OM^2} = \sqrt{9^2 - 7^2} = 4\sqrt{2}.$$

Az MBD derékszögű háromszögből kapjuk, hogy a gúla oldaléle

$$BD = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 2^2} = 6.$$

A gúla szabályos, így az ABC szabályos háromszög, továbbá M egyben a magasságpont és súlypont is ebben a háromszögben. Ezért $BM = \frac{2}{3} \cdot AB \frac{\sqrt{3}}{2}$, ahonnan az alapél hosszára $AB = 4\sqrt{6}$ adódik.

Húzzunk most merőlegeset B -n, illetve C -n keresztül az AD egyenesre. Az ADC és az ADB háromszögek tükrös helyzetűek az ADM síkra nézve, így ez a két merőleges ugyanabban a K pontban metszi az AD élt. Ismeretes, hogy két sík hajlásszöge a metszésvonalukra állított merőleges egyenesek szöge, így a keresett szög éppen a BKC szög.

1986-01-021-2.eps

Az ADB tompaszög, így K az AD -nek a D -n túli meghosszabbítására esik. A BKD és a BKA derékszögű háromszögekből

$$DK^2 + KB^2 = BD^2 = 6^2,$$

illetve

$$(6 + DK)^2 + KB^2 = AB^2 = (4\sqrt{6})^2.$$

Innen $DK = 2$ és $BK = 4\sqrt{2}$ adódik, azaz $BK = BM$, tehát a BKC és a BMC egyenlő szárú háromszögek egybevágók. Így $BKC = BMC = 120^\circ$.

A gúla két oldallapja tehát 120° -os szöget zár be.