

Vegyünk fel a síkon egy tetszőleges O pontot. Az O -ból az adott pontokba mutató vektorok legyenek $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_9$ valamilyen sorrendben.

Legyen $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ az első, $\mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6$ a második és $\mathbf{a}_7, \mathbf{a}_8, \mathbf{a}_9$ a harmadik csoportban. Ismert, hogy egy ponthármas súlypontjába mutató vektor az egyes pontokba mutató vektorok számtani közepe. Ezért ha $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \mathbf{s}_3$ az egyes csoportok súlypontjaiba mutató vektorok, akkor

$$\mathbf{s}_1 = \frac{\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 + \mathbf{a}_3}{3}, \quad \mathbf{s}_2 = \frac{\mathbf{a}_4 + \mathbf{a}_5 + \mathbf{a}_6}{3}, \quad \mathbf{s}_3 = \frac{\mathbf{a}_7 + \mathbf{a}_8 + \mathbf{a}_9}{3}.$$

A súlypontok ponthármasára alkalmazva az előző tételt:

$$\mathbf{s} = \frac{\mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2 + \mathbf{s}_3}{3},$$

ahol $\mathbf{s}$ -sel a 3 súlypont alkotta ponthármas súlypontjába mutató vektort jelöltük az adott csoportosítás mellett.

Mivel a vektorok összeadása kommutatív és asszociatív, ezért bárhogy csoportosítjuk a pontokat, $\mathbf{s}$ mindig $\frac{\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 + \mathbf{a}_3 + \mathbf{a}_4 + \mathbf{a}_5 + \mathbf{a}_6 + \mathbf{a}_7 + \mathbf{a}_8 + \mathbf{a}_9}{9}$ lesz. A súlypont helye tehát valóban független a pontok csoportosításától.