

Legyen az adott oldal AB , a hozzá tartozó magasság m_a , a B csúcsnál levő szög pedig $\beta = 2\alpha$. Tükrözzük a háromszöget az AB oldal f felezőmerőlegesére, C tükörképe C' , a CC' szakasz felezőpontja F .

1985-04-165-1.eps

1. ábra

A tengelyes szimmetriából következik, hogy $ABCC'$ egyenlő szárú trapéz, AB és CC' párhuzamosak, így $C'CA \sphericalangle = CAB \sphericalangle = \alpha$. Mivel $CBA \sphericalangle = C'AB \sphericalangle = 2\alpha$, a $CC'A$ háromszögben $C'AC \sphericalangle = \alpha$, azaz $CC'A$ egyenlő szárú: $CC' = C'A$.

Az AF szakasz a $CC'A$ háromszög súlyvonala, S súlypontja AF -nek F -hez közelebbi harmadolópontja, erre $AS = SC$, hiszen $CC'A$ egyenlő szárú.

1985-04-165-2.eps

2. ábra

Az elemzés alapján a szerkesztés a következő. Húzzuk meg az AB oldallal párhuzamos, attól m_a távolságra haladó e egyenest. AB felező merőlegesének és e -nek metszéspontja F . Az AF szakasz F -hez közelebbi harmadolópontja S , végül az S középpontú, SA sugarú kör metszi ki e -ből a C csúcsot (2. ábra). A kör és egyenes két metszéspontja közül csak az felel meg C -nek, amelyik az f felező merőleges B -t tartalmazó oldalán van, hiszen $CBA \sphericalangle = 2\alpha > CAB \sphericalangle = \alpha$ kell hogy fennálljon.

A szerkesztés menetéből következik, hogy ilyen C pont mindig létrejön, és hogy csak egy, hiszen $r = SA > SF$.

Végül belátjuk, hogy a kapott háromszög eleget tesz az előírásnak.

Az AB oldal és az ahhoz tartozó magasság valóban egyezik a megadottakkal. Azt, hogy $CBA \sphericalangle = 2 \cdot CAB \sphericalangle$, a következő mutatja. C -t F -re tükrözve, S súlypontja az adódó $CC'A$ háromszögnek. Ám a szerkesztés miatt $SA = SC$, vagyis a $CC'A$ háromszögben a C -ből, ill. A -ból induló súlyvonal egyenlő hosszú. Használva azt a tételt, hogy ha egy háromszögben két súlyvonal egyenlő hosszú, akkor a háromszög egyenlő szárú, következik, hogy $BAC \sphericalangle = ACC' \sphericalangle = C'AC \sphericalangle$. Így $2 \cdot BAC \sphericalangle = BAC \sphericalangle + CAC' \sphericalangle = BAC' \sphericalangle = CBA \sphericalangle$ a tengelyes szimmetria miatt, ahogyan kívántuk.