

Legyen $CAB \sphericalangle = \alpha$. Ekkor $EBD \sphericalangle = \alpha$, hiszen $BD \perp AB$ és $BE \perp AC$ miatt $CAB \sphericalangle$ és $EBD \sphericalangle$ merőleges szárú szögek, s mivel mindkettő hegyesszög, egyenlők.

Jelölje G az EF és AB egyenesek metszéspontját. A szerkesztésből következik, hogy $EGBD$ -nek mind a négy szöge derékszög, s ezért $GB = ED$, $BD = GE$. Továbbá az ADB és BDE hasonló derékszögű háromszögekből $AB : BD = BD : DE$, vagyis

$$(1) \quad AB \cdot DE = AB \cdot BG = BD^2.$$

Az AFB derékszögű háromszögben (bármelyik is legyen F a két metszéspont közül) a befogó tétel szerint

$$FB^2 = BG \cdot BA \quad \text{és így (1) szerint} \quad FB^2 = BD^2,$$

azaz FBD egyenlő szárú. Így FD alapjának felező merőlegese mindig átmegy a szemközti B csúcson, feltéve, hogy a D , E és F pontok létrejönnek.

1985-03-116-1.eps

A D és E pontok akkor jönnek létre, ha C az A -tól és B -től különbözik; F létezésének szükséges és elégséges feltétele, hogy $ED \leq AB$ legyen, ami (1) szerint ekvivalens azzal, hogy $BD \leq AB$, vagyis $\alpha \leq 45^\circ$. A feladat feltételeit tehát azok az A -tól és B -től különböző C pontok teljesítik, amelyekre a BC ív A -ból való látószöge legfeljebb 45° . Ezek a pontok pedig azon a zárt félköríven helyezkednek el, amelyre az AB -re merőleges KL átmérő osztja a kört, s amely a B pontot tartalmazza.