

Legyen ABC a tetraéder alaplaja, D a negyedik csúcs. Vágjuk fel a tetraéder palástját a D csúcsból kiinduló élek mentén, és hajtsuk le a tetraéder oldallapjait az ABC alapsíkba.

1985-10-303-1.eps

1. ábra

1985-10-303-2.eps

2. ábra

Legyen D_1 az A -val szemközti, D_2 a B -vel, D_3 a C -vel szemközti csúcs (2. ábra). Mivel a tetraéder szemközti élei egyenlő hosszúak, minden lapon minden él és minden szög előfordul, így $D_1D_2D_3$ olyan háromszög lesz, melynek az AB , AC , BC oldalak a középvonalai.

Jelölje D' a D csúcsnak az alapsíkra való vetületét. Azt állítjuk, hogy D' a $D_1D_2D_3$ háromszög magasságpontja. Valóban, pl. az ACD lap lehajtása során D végig egy AC -re merőleges síkban mozog, s ez az ABC síkot az AC -re merőleges egyenesben metszi. $D'D_2$ és AC metszéspontja legyen T_2 . Nyilván D' közelebb van az AC egyeneshez, mint D_2 , hiszen D nincs az ABC síkjában, így DT_2 -nek $D'T_2$ vetülete kisebb, mint a valódi D_2T_2 hossza. Ugyanezt elmondhatjuk a másik két lap lehajtása esetén is. Mindebből viszont következik, hogy a D' magasságpont a $D_1D_2D_3$ háromszög belsejébe esik, vagyis $D_1D_2D_3$, és ezzel együtt ABC hegyesszögű háromszög. Az állítást bizonyítottuk.