Mivel $x = \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{6} + \frac{x}{12}$, ezért

$$f(x) = \frac{x}{2} - \left[\frac{x}{2}\right] + \frac{x}{4} - \left[\frac{x}{4}\right] + \frac{x}{6} - \left[\frac{x}{6}\right] + \frac{x}{12} - \left[\frac{x}{12}\right].$$

Egyetlen szám sem kisebb az egészrészénél, így $f(x) \geq 0$, másfelől egy számnak és az egész részének különbsége kisebb egynél, tehát $f(x) < 4$.

Megmutatjuk, hogy a függvény értékkészlete a $[0, 4]$ intervallum.

Ha $0 \leq t \leq 2$, akkor

$$0 < \frac{t}{12} < \frac{t}{6} < \frac{t}{4} < \frac{t}{2} \leq 1,$$

vagyis

$$\left[\frac{t}{2}\right] = \left[\frac{t}{4}\right] = \left[\frac{t}{6}\right] = \left[\frac{t}{12}\right] = 0,$$

így ekkor $f(t) = t$.

Ha $2 < t < 4$, akkor

$$-1 < \frac{t-4}{2} < \frac{t-4}{4} < \frac{t-4}{6} < \frac{t-4}{12} < 0,$$

vagyis

$$\left[\frac{t-4}{2}\right] = \left[\frac{t-4}{4}\right] = \left[\frac{t-4}{6}\right] = \left[\frac{t-4}{12}\right] = -1,$$

és így $f(t-4) = t - 4 + 4 = t$.

Ezzel beláttuk, hogy minden olyan t-re, amelyre $0 \leq t < 4$, létezik olyan x, amelyre $f(x) = t$.

Megjegyzés. Általában is igazolható, hogy ha az $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ pozitív számokra $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n = 1$, akkor az $f(x) = x - [\alpha_1 x] - [\alpha_2 x] - \ldots - [\alpha_n x]$ függvény értékkészlete a $[0, n)$ intervallum.