

Jelölje M az A csúcsból a PQ -ra bocsátott merőleges talppontját. Az AR egyenes, a kocka éle, merőleges az APQ alapsíkra, így merőleges a sík valamennyi egyenesére, azaz PQ -ra is.

1984-09-254-1.eps

Legyen S' az A -ból az MR -re bocsátott merőleges talppontja. Belátjuk, hogy $S' \equiv S$, azaz S' megegyezik az A csúcsnak a PQR síkra eső merőleges vetületével. AS' benne van az AMR síkban, melynek két egyeneséről: AR -ról és AM -ről tudjuk, hogy merőleges a PQ -ra. Akkor az AMR sík is merőleges a PQ -ra, ami azt jelenti, hogy a sík minden egyenese, így AS' is merőleges PQ -ra. Az AS' az MR -re is merőleges, amiből következik, hogy AS' merőleges a PQR síkra. Az A csúcsból csak egy merőleges állítható a PQR síkra és így valóban $S' \equiv S$.

Eszerint a PQS , PQR és PQA háromszögek területei rendre

$$T_1 = \frac{1}{2}PQ \cdot SM, \quad T_2 = \frac{1}{2}PQ \cdot RM \quad \text{és} \quad T_3 = \frac{1}{2}PQ \cdot MA.$$

Azt kell igazolnunk, hogy $T_3 = \sqrt{T_1 \cdot T_2}$, azaz $MA = \sqrt{SM \cdot RM}$. Ám az AMS és RMA derékszögű háromszögek hasonlóak és ezért a befogó tétel szerint

$$MS \cdot MR = MA^2,$$

amit bizonyítani akartunk.