

Legyenek a hatszög csúcsai pozitív körüljárási irányban  $A_1A_2A_3B_1B_2B_3$ . Ekkor  $A_1B_1$ ,  $A_2B_2$ ,  $A_3B_3$  a kör átmérői, és a másodsomszédos csúcsok által meghatározott háromszögek az  $A_1A_3B_2$ , ill.  $B_1B_3A_2$ . Nyilván elegendő az állítást az egyik, pl. az  $A_1A_3B_2$  háromszögre igazolni.

1984-05-216-1.eps

Legyen a kör középpontja  $O$ , ez belső pontja az  $A_1A_3B_2$  háromszögnek, s így területe egyenlő az  $OA_1A_3$ ,  $OA_1B_2$  és  $OB_2A_3$  háromszögek területének összegével.

Vegyük észre, hogy

$$T(OA_1A_3) = T(OA_3B_1) = T(OB_3A_1),$$

hiszen például az  $OA_1A_3$  háromszögben és az  $OA_3B_1$  háromszögben az  $A_3$ -ból induló magasság megegyezik, az  $A_3$ -mal szemben fekvő oldalak pedig egyenlők:  $OA_1 = OB_1$ . Ezért

$$T(OA_1A_3) = \frac{T(OA_3B_1) + T(OB_3A_1)}{2}.$$

Hasonlóan kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} T(OA_3B_2) &= \frac{T(OA_2A_3) + T(OB_2B_3)}{2}, \\ T(OB_2A_1) &= \frac{T(OB_1B_2) + T(OA_1A_2)}{2}. \end{aligned}$$

Ezeket összeadva a bal oldalon az  $A_1A_3B_2$  háromszög területe, a jobb oldalon a hatszög területének a fele adódik. Ezzel az állítást igazoltuk.