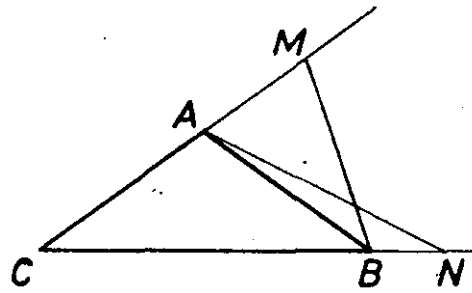
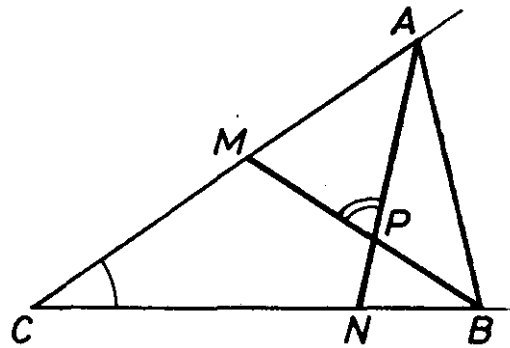


A feltételek alapján az AN és BM szakaszok teljes egészükben az ACB szögtartományban vannak. Mivel ez a két szakasz metszi egymást, azért M és N az AB egyenesnek ugyanarra a partjára esik. Az nem lehet, hogy M is és N is a C -vel ellentétes partra essék (1. ábra).



1. ábra

Ugyanis ABM egyenlő szárú háromszög, és ha M nincs az AC szakaszon, akkor $BAC \leq 90^\circ$. Hasonlóan, ha N nincs a BC szakaszon, akkor $ABC \leq 90^\circ$ – márpedig az ABC háromszögben nem lehet két, legalább 90° -os szög. Így M és N az AC , BC szakasz pontja (2. ábra).



2. ábra

Az APM külső szöge az APB háromszögnek, tehát

$$\begin{aligned} \angle APM &= \angle PAB + \angle PBA = \angle NAB + \angle MBA = (180^\circ - 2 \cdot \angle ABN) + \\ &+ (180^\circ - 2 \cdot \angle BAM) = 2(180^\circ - \angle CBA - \angle CAB) = 2\angle ACB. \end{aligned}$$

Kihasználtuk, hogy ABM , ill. BAN egyenlő szárú háromszögek, valamint hogy M és N a CA , CB szakaszok pontja. Így a kérdéses egyenlőség mindig teljesül.

Megjegyzés. A feladat nehézségét az adja, hogy egy „nyilvánvaló”, „könnyen látható” állítást kellett igazolni: az adott feltételek mellett a pontok a 2. ábrán látható módon helyezkednek el.