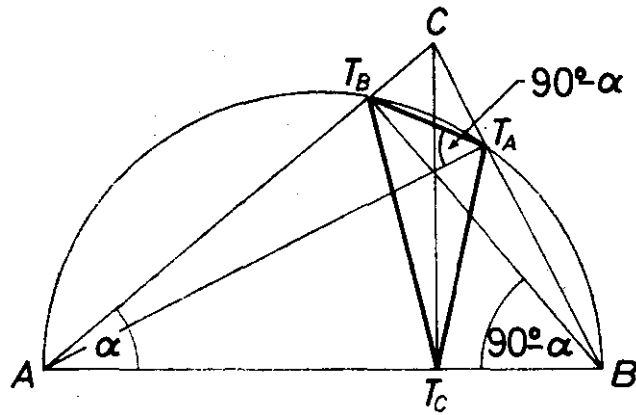


Jelöljük a hegyesszögű háromszög csúcsait  $A, B, C$ -vel, megfelelő szögeit  $\alpha, \beta, \gamma$ -val úgy, hogy teljesüljön  $\alpha \leq \beta \leq \gamma < 90^\circ$ . A magasságok talppontjai legyenek  $T_A, T_B, T_C$ ,  $T_A$  az  $A$ -val,  $T_B$  a  $B$ -vel és  $T_C$  a  $C$ -vel van szemben.



Az  $AB$  oldal Thalész-körén rajta van  $T_A$  és  $T_B$ . Mivel a háromszög hegyesszögű,  $T_A$  és  $T_B$   $AB$ -nek ugyanazon partján van, így a kerületi szögek egyenlősége miatt

$$\angle ABT_B = \angle AT_AT_B = 90^\circ - \alpha.$$

Hasonlóan a többi oldalon  $\angle BCT_C = \angle BT_BT_C = 90^\circ - \beta$  és  $\angle CAT_A = \angle CT_CT_A = 90^\circ - \gamma$ .

Ezt felhasználva a talpponti háromszög szögeit kifejezhetjük az  $\alpha, \beta, \gamma$  szögekkel:

$$\angle T_CT_AT_B = 180^\circ - 2\alpha, \quad \angle T_AT_BT_C = 180^\circ - 2\beta, \quad \angle T_BT_CT_A = 180^\circ - 2\gamma.$$

Ezek közül a  $180^\circ - 2\alpha$  legnagyobb a jelölésünk szerint, s emiatt

$$2\alpha + \gamma \leq \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ.$$

Tehát

$$\gamma \leq 180^\circ - 2\alpha.$$

Valóban, a talpponti háromszög legnagyobb szöge  $(180^\circ - 2\alpha)$  legalább akkora, mint az eredeti háromszög legnagyobb szöge. Egyenlőség akkor áll fenn, ha  $2\alpha + \gamma = \alpha + \beta + \gamma$ .  $\alpha = \beta \leq \gamma < 90^\circ$ , amiből  $45^\circ < \alpha = \beta \leq 60^\circ$ ,  $60^\circ \leq \gamma < 90^\circ$  következik.

Az egyenlőség olyan egyenlő szárú háromszögekre teljesül, amelyekben a szárak által bezárt szög  $60^\circ$ -nál nem kisebb hegyesszög.

Hraskó András (Bp., I. István Gimn., II. o. t.)  
dolgozata alapján

*Megjegyzések.* 1. A talpponti háromszög *legkisebb* szöge legfeljebb akkora, mint az eredeti háromszög legkisebb szöge. Itt az egyenlőség (szükséges és elégséges) feltétele:  $60^\circ \leq \beta = \gamma < 90^\circ$ .

2. Nem igaz az, hogy az egyenlőség bármilyen egyenlő szárú háromszögre érvényes! Mivel kiinduló feltevésünk szerint  $\alpha \leq \beta \leq \gamma < 90^\circ$ , ezért nem elegendő feltétel az  $\alpha = \beta$  egyenlőség. Ha ugyanis  $\alpha = \beta > \gamma$  lenne, akkor a talpponti háromszögben már nem a  $180^\circ - 2\alpha$  nagyságú szög lenne a legnagyobb. A legtöbb hiányos dolgozat szerzője ezt a hibát követte el.