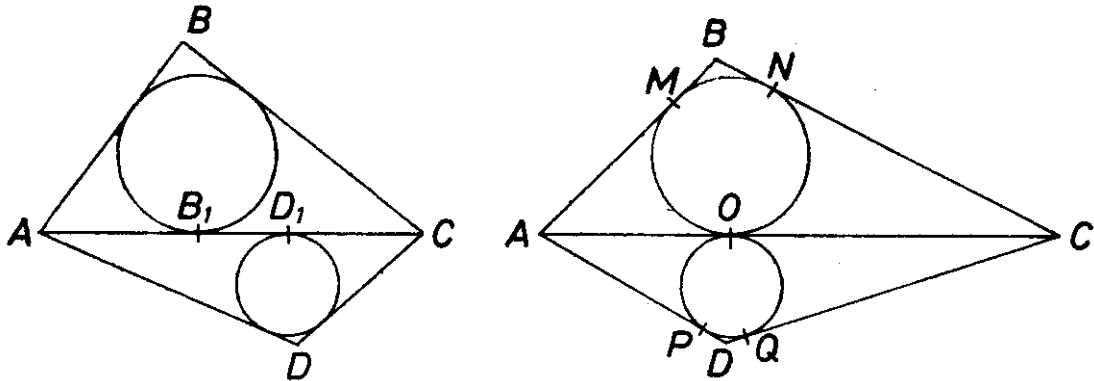


Az  $ABC$  háromszög beírt köre érintse az  $AC$  oldalt  $B_1$ -ben, az  $ADC$  háromszögé ugyanazt az oldalt  $D_1$ -ben. A két beírt kör akkor és csak akkor érinti egymást, ha  $B_1$  és  $D_1$  egybeesik.



Egy háromszögben a beírt kör érintési pontja és a szomszédos csúcs távolságát az oldalak ismeretében ki tudjuk számítani:

$$AB_1 = \frac{1}{2}(AB + BC + AC) - BC = \frac{1}{2}(AB - BC + AC),$$

$$AD_1 = \frac{1}{2}(AD + DC + AC) - DC = \frac{1}{2}(AD - DC + AC).$$

A  $B_1$  és  $D_1$  pont akkor és csak akkor esik egybe, ha  $AB_1 = AD_1$ , azaz ha

$$(1) \quad AB - BC = AD - DC.$$

Ez tehát szükséges és elégséges feltétele annak, hogy az  $ABC$  és  $ADC$  háromszögek beírt körei érintsék egymást. Ugyanígy igazolható, hogy az  $ABD$  és  $BCD$  háromszögek beírt körei akkor és csak akkor érintik egymást, ha

$$(2) \quad AD - AB = CD - CB.$$

Mivel (1) és (2) ekvivalensek, ezért a feladatban szereplő két állítás is ekvivalens – speciálisan az elsőből következik a második. Ezzel a feladatot megoldottuk.

*Megjegyzések.* 1. A megoldásból az is kiadódott, hogy a feladatban szereplő állítások akkor és csak akkor teljesülnek, ha a négyszög érintőnégyyszög.

2. Mint megoldóink közül többen észrevették, a feladat megtalálható *Skljarszkij–Csencov–Jaglom*: Válogatott feladatok és tételek az elemi matematika köréből 2/1. kötet Planimetria c. könyvben (140-es feladat, 233. oldal).