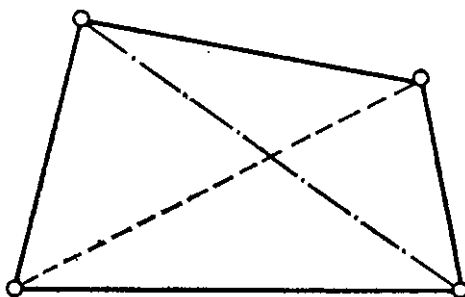


Négy pont esetén egy, a feltételeknek megfelelő színezés látható az ábrán.



Állítjuk, hogy több pont esetén már nem lehet a szakaszokat megfelelően kiszínezni.

Először is belátjuk, hogy semelyik pontból sem indulhat 3 ugyanolyan színű szakasz. Válasszunk ki ugyanis a pontok közül 4-et. Jelöljük ezeket  $A$ ,  $B$ ,  $C$  és  $D$ -vel. Állításunkkal ellentétben kösse össze  $A$ -t  $B$ ,  $C$  és  $D$ -vel ugyanolyan színű szakasz. Legyen ez a szín mondjuk piros. Ekkor sem  $BC$ , sem  $BD$ , sem  $CD$  nem lehet piros, mert akkor nem teljesülne a b) feltétel. Legyen  $BC$  zöld, ekkor az a) feltétel miatt  $BD$  és  $CD$  is csak zöld lehet. így viszont  $BCD$  háromszög oldalai egyszínűek, ellentétben a b) feltétellel.

Egy pontból tehát legfeljebb 2 ugyanolyan színű szakasz indulhat, és mivel csak kétféle színt használhatunk fel az egy pontból induló szakaszok színezésénél, ezért egy pontból legfeljebb 4 szakasz indulhat. Ebből már következik, hogy a pontok száma legfeljebb 5 lehet. Az 5 pont, ha nincs közülük 3 egy egyenesen, összesen 10 szakaszt határoz meg. Ha kiválasztok egyet és abból két piros szakaszt indítok, akkor azokból a pontokból, ahová ezek a szakaszok befutnak, egy további piros szakasz indul. A b) feltétel miatt ezek különböző szakaszok, ezért legalább 4 piros szakasz van. Mivel ez a másik két színre is igaz, s mind a három színt fel kell használni, minimum 12 szakasz kellene. Az 5 pont között viszont csak 10 szakasz húzható, így 5 pont esetén sem lehet a szakaszokat úgy kiszínezni, hogy valamennyi feltétel teljesüljön. Ezzel állításunkat igazoltuk.

*Borsodi Brigitta* (Tata, Eötvös J. Gimn., II. o. t.) dolgozata alapján

*Megjegyzés.* Nagyon sok hibás dolgozat érkezett a feladat félreértelmezése miatt. Többen külön-külön vizsgálták a 3 feltétel teljesülését, holott azoknak egyszerre kell teljesülniük.

Néhányan nem találták meg 4 pontra a jó színezést, mivel azt úgy keresték, hogy 3 ponthoz talált megoldáshoz hozzávettek egy pontot. Így valóban nem lehet a feladat feltételeit teljesíteni, hiszen a 4 pont közül bárhogyan is választunk ki 3-at, az általuk meghatározott szakaszok között van két egyező színű.

Nem kaptak pontot azok, akik egyetlen színezést mutatva meg, kijelentették, hogy az 5 pontra nem végezhető el. Ez még nem jelenti, hogy nem létezik esetleg a feladat feltételeit kielégítő megoldás. Ezt láthattuk is, 4 pont esetén is egyaránt találhatunk jó és rossz színezést.

A hiányos dolgozatok többsége 5 pontra bizonyította a színezés lehetetlenségét, de nem mutatta meg, hogy 5-nél több pont esetén sem lehetséges a feltételeknek eleget tenni. A kérdés viszont az volt, hogy „legfeljebb hány pont” színezhető.