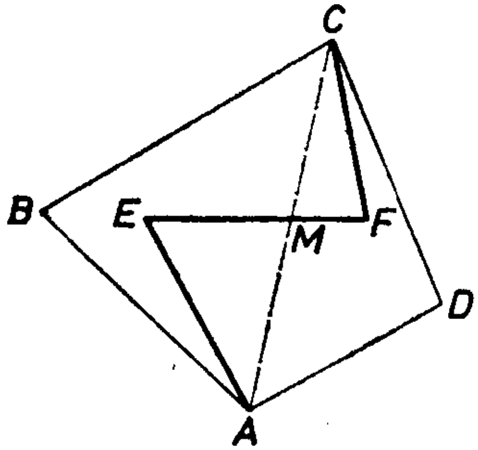
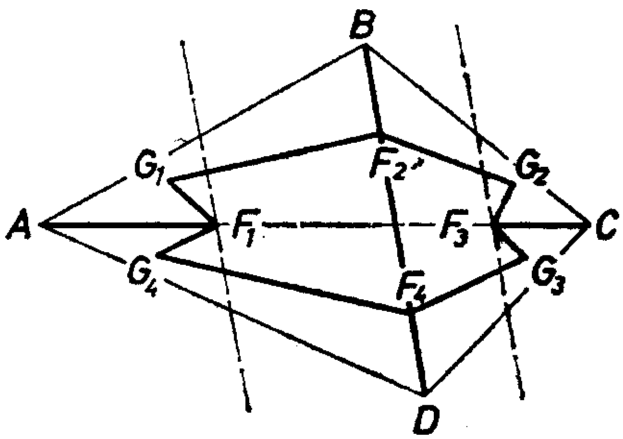
A feladat szövegét úgy értjük, hogy el kell döntenünk: van-e olyan konvex négyszög, amely nem bontható fel konkáv ötszögekre, vagy pedig az *összes* konvex négyszög felbontható ily módon. Állítjuk, hogy ez utóbbi a helyzet. Legyen ugyanis $ABCD$ egy tetszőleges konvex négyszög, és húzzuk meg valamelyik átlóját pl. AC-t. Vegyük fel az átló különböző partján, de a négyszög belsejében az E és F pontokat, legyen például E az ABC háromszög belső pontja. Az $AEFCB$ és $AEFCD$ ötszögek két részre darabolják a négyszöget. Belátjuk, hogy azok konkávok. Messe ugyanis az EF szakasz az AC átlót a négyszög belső M pontjában (1. ábra).



1. ábra

Az AEM háromszögben $AEM\sphericalangle < 180°$, ezért az őt $360°$-ra kiegészítő szög, mely szöge az $AEFCB$ ötszögnek, nagyobb $180°$-nál. Így $AEFCB$ valóban konkáv. Hasonlóképpen láthatjuk be, hogy az $AEFCD$ ötszög F-nél levő szöge $180°$-nál nagyobb, így ez is konkáv.

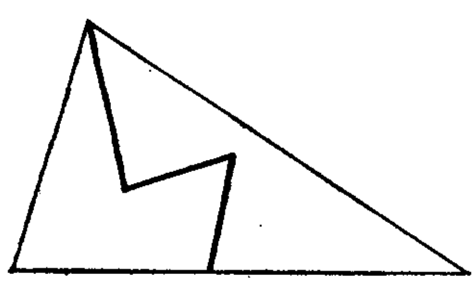
Megjegyzések. 1. A négyszög felbontását másféleképpen is elvégezhetjük: A 2. ábra olyan felbontást mutat, amelyben 6 darab konkáv ötszög szerepel.



2. ábra

Az ábra a következőképpen jött létre. Először meghúztuk a két átlót, majd megjelöltük az átlók metszéspontja és a csúcsok közé eső szakaszok felező pontjait. Ezek rendre F_1, F_2, F_3 és F_4. Az F_1, F_3 pontokon keresztül párhuzamosokat húztunk a BD átlóval. A levágott kis háromszögek belsejében felvettük a G_1, G_2, G_3, G_4 pontokat. Annak meggondolását, hogy az így kapott 6 darab ($AF_1G_1F_2B$, $BF_2G_2F_3C$, $CF_3G_3F_4D$, $DF_4G_4F_1A$, $F_2G_1F_1G_4F_4$, $F_4G_3F_3G_2F_2$) ötszög konkáv, az olvasóra bízzuk.

2. Az állítás nemcsak konvex négyszögekre, hanem tetszőleges sokszögre érvényes. Ugyanis minden sokszög – konvex vagy konkáv – felbontható háromszögekre, egy háromszög pedig az alábbi módon 2 konkáv ötszögre (3. ábra).



3. ábra