

I. megoldás. A 100° -os szög az egyenlő szárú háromszögben csak szárszög lehet, s így a háromszög alapon fekvő szögei 40° -osak. Legyen E az AB oldalnak az a pontja, amelyre $AE = AD$. Ilyen pont van, hiszen $\angle ADB < \angle ACB < \angle DBA$, amiből következik hogy $AB > AD$. Így eredeti állításunk ekvivalens a következővel: $AE + DC = AB$. Elegendő tehát a $DC = EB$ bizonyítása. Ezt két lépésben látjuk be.

Először az AED egyenlő szárú háromszöget vizsgáljuk. Itt $\angle ADE = \angle AED = 80^\circ$, így $\angle DEB = 100^\circ$. Mint tudjuk, $\angle DBE = 40^\circ$, s emiatt $\angle EDB$ ugyancsak 40° -os, azaz

$$(1) \quad EB = ED.$$

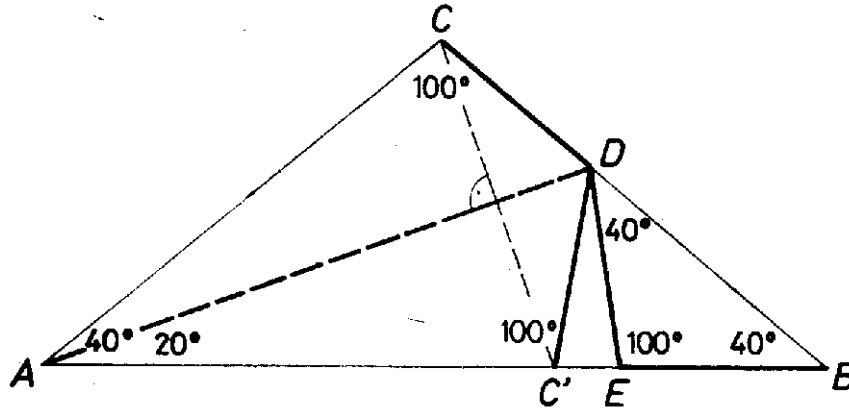
Második lépésként tükrözzük a C pontot az AD szögfelezőre. Ennek C' tükörképe nemcsak az AB oldalon van rajta, hanem az AE szakaszon is, hiszen $\angle DC'A < \angle DEA$. A tükrözés miatt $\angle DC'B = 180^\circ - \angle AC'D = 180^\circ - \angle ACD = 80^\circ$, és mivel $\angle AED = 80^\circ$, kapjuk, hogy

$$(2) \quad ED = DC'.$$

Az (1), (2) és a tükrözés alapján kapott $DC' = DC$ egyenlőségeket összevetve

$$EB = ED = DC' = DC$$

s ezzel igazoltuk az állítást.



II. megoldás. Az első megoldáshoz hasonlóan mérjük fel az $AE = AD$ távolságot az AB oldalra. A BDE háromszög hasonló az ABC háromszöghöz, hiszen megfelelő szögeik egyenlők. Tudjuk továbbá, hogy az AD szögfelező a közrezáró oldalak arányában osztja a BC oldalt. Ezekből azt kapjuk, hogy

$$ED : DB = CA : AB = CD : DB$$

amiből $ED = CD$ következik. Mivel $ED = EB$ és $AE = AD$, ezért

$$AB = AE + EB = AD + CD,$$

amint azt bizonyítani akartuk.

(B. G.)