

Az $|x - y|$ értéke $(x - y)$ vagy $(y - x)$ attól függően, hogy x és y közül melyik a nagyobb. Így ha a K kifejezésben felbontjuk az abszolút érték jeleket, akkor az $1, 2, \dots, 10$ számok mindegyike kétszer szerepel, mégpedig úgy, hogy a húsz szám közül tíznek pozitív, tíznek pedig negatív az előjele. Ez azt jelenti, hogy K értéke legfeljebb $2(10 + 9 + 9 + 8 + 7 + 6) - 2(1 + 2 + 3 + 4 + 5) = 50$ lehet. Ez viszont lehetséges is, például úgy, ha $a_1 = 10, a_2 = 1, a_3 = 9, a_4 = 2, a_5 = 8, a_6 = 3, a_7 = 7, a_8 = 4, a_9 = 6, a_{10} = 5$.

K legkisebb értékének megkereséséhez indítsunk el egy bogarat a számegyenesen a_1 -ből. Menjen először a_2 -be, onnan tovább a_3 -ba, majd a_4 -be, és így tovább, végül a_{10} -ból vissza a_1 -be. K értéke nyilván a bogár körutazásának a hossza. Azt állítjuk, hogy útja közben a bogár az $[1; 10]$ intervallum minden pontján legalább kétszer halad át. Az egész számokra ez nyilván igaz, mert minden egész szám egy szakasz kezdő és egy másik szakasz végpontja. Ha x nem egész, akkor van olyan a_i , amelyet x elválaszt a_1 -től. Ekkor a_1 -ből a_i -be menet a bogár áthalad x -en, és mivel útja a_1 -ben végződik, ezért legalább még egyszer érintenie kell x -et.

A bogár tehát legalább kétszeresen járja be az $[1; 10]$ szakaszt, így K legalább kétszer akkora, mint a szakasz hossza, azaz legalább 18. Ez lehetséges is, például úgy, ha $a_i = i$ ($i = 1, 2, \dots, 10$). Így $18 \leq K \leq 50$.

Megjegyzés. Ha a feladatban 10 helyett n -et írunk ($n \geq 2$), akkor a fenti gondolatmenettel belátható, hogy $2n - 2 \leq K \leq \lceil n^2/2 \rceil$. Megmutatható, hogy e határok között K minden páros értéket fölvesz.