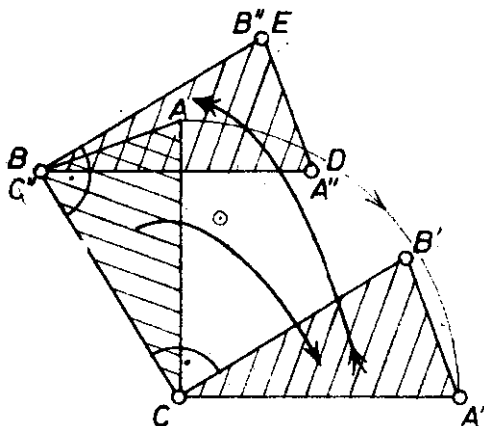


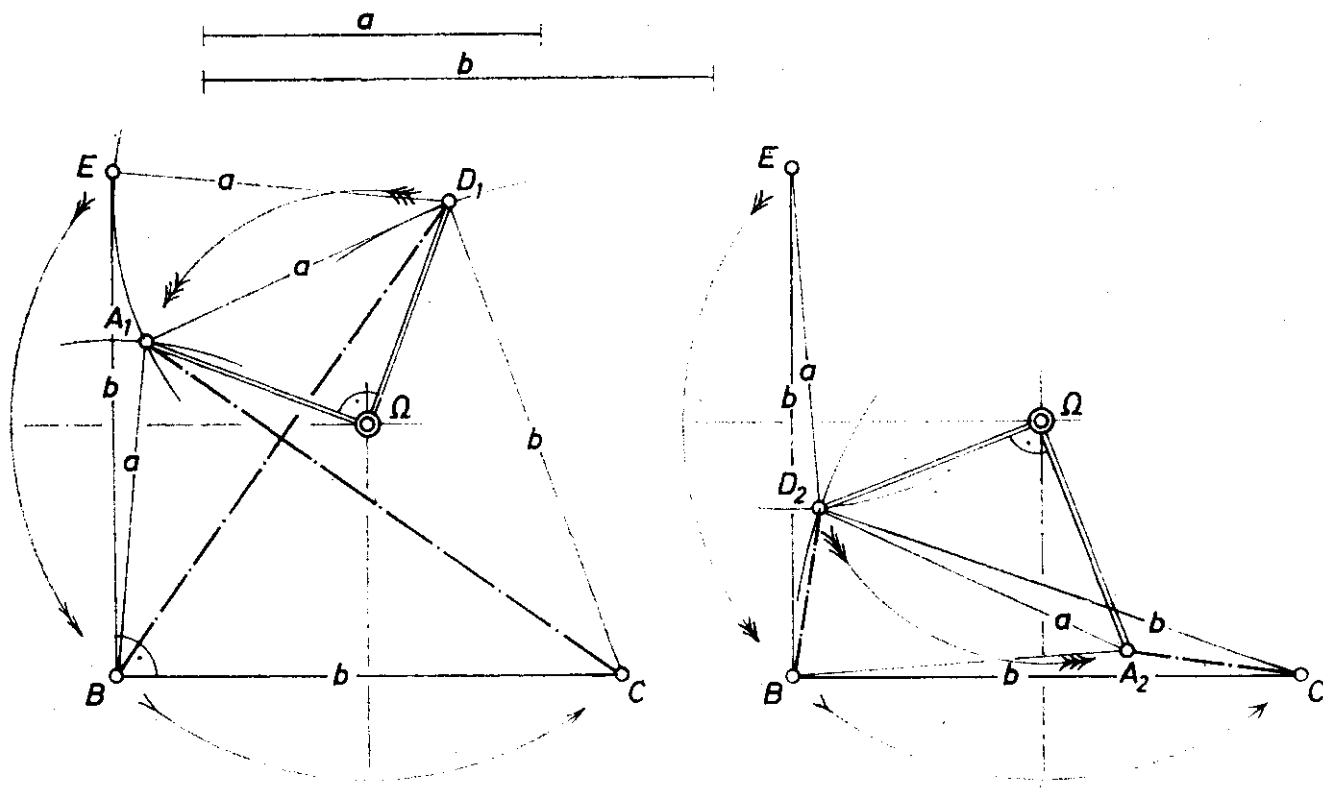
Jelöljük a deltoid csúcsait  $A, B, C, D$ -vel, ahol  $AB = AD = a$  és  $CB = CD = b$  adottak. Képzeljük a feladatot megoldottnak, s forgassuk el az  $ABC$  háromszöget  $-90^\circ$ -kal és toljuk el úgy, hogy az  $A$  csúcs  $D$ -be jusson. Mivel a deltoid átlói merőlegesek, továbbá feltételünk szerint egyenlők, azért a  $C$  csúcs  $B$ -be jut. Jelöljük  $B$  új helyzetét  $E$ -vel (1. ábra).



1. ábra

A  $BE$  szakasz  $CB$ -nek  $90^\circ$ -os elforgatottja, tehát a  $BEC$  háromszög  $B$ -ben derékszögű és egyenlő szárú. A  $BEDC$  négyszögnek tehát ismerjük mind a négy oldalát és még egy szögét is, így ezt a négyszöget meg tudjuk szerkeszteni. Ezzel a deltoid  $B, C, D$  csúcsait megkaptuk. Az  $A$  csúcsot pedig úgy kaphatjuk meg, hogy a  $BED$  háromszöget „visszaforgatjuk” úgy, hogy a  $B$  csúcs  $C$ -be,  $E$  pedig  $B$ -be kerüljön – ekkor  $D$  képe  $A$  lesz.

A szerkesztés menetéből következik, hogy az  $ABCD$  négyszög  $BC, CD$  oldalai a megadott  $b$  szakasszal,  $AB$  oldala az  $a$  szakasszal egyenlők, és hogy az  $AC, BD$  átlók egyenlő hosszúak. Azt kell csak belátnunk, hogy az  $A$  a  $D$ -től is  $a$  távolságra van. A szerkesztés miatt  $AC \perp BD$ , hiszen a  $BED$  háromszöget  $90^\circ$ -kal forgattuk el. Másrészt  $CB = CD (= b)$ , így a  $CA$  egyenes a  $BD$  szakasz felezőmerőlegese. Így minden pontja – tehát  $A$  is – egyenlő távol van  $B$ -től és  $D$ -től. Így  $ABCD$  valóban deltoid, és eleget tesz a feltételeknek.



2. ábra

A 2. ábrán az  $a, b$  oldalpárból a  $CE = \sqrt{2} \cdot b$  szakasz fölé két megfelelő  $D$  pontot kaptunk,  $D_1$  mellett konvex lett a deltoid,  $D_2$  mellett konkáv. A visszaforgatás centrumát a  $CE$  szakasz  $\Omega$  felezőpontja adja, hiszen itt metszik egymást

az egymásba átmenő  $B$  és  $C$ , valamint  $E$  és  $B$  pontpárok felezőmerőlegesei, lévén hogy  $CBE$  egyenlő szárú derékszögű háromszög. Akkor van megoldás, ha az adott oldalak kisebbike legalább annyi, mint a nagyobbiknak a  $(\sqrt{2} - 1)$ -gyel való szorzata.