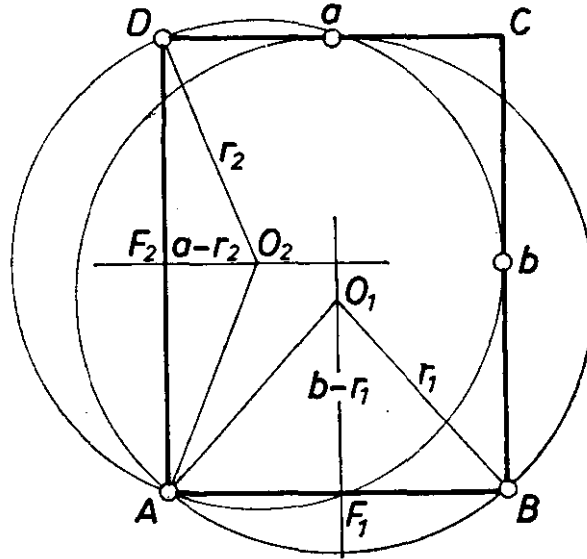


Jelöljük a téglalap hosszabbik oldalát a -val. Az A, B pontokon átmenő kör középpontja O_1 rajta van az AB szakasz felező merőlegesén, messe ez AB -t F_1 -ben. Hasonlóan az AD szakasz felező merőlegeséje messe AD -t F_2 -ben.



Az O_1F_1B , ill. O_2F_2A derékszögű háromszögre felírhatjuk Pitagorasz tételét:

$$r_1^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + (|b - r_1|)^2$$

$$r_2^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + (|a - r_2|)^2.$$

Az $O_1F_1 = b - r_1$, ill. $r_1 - b$ aszerint, hogy a kör középpontja a téglalap belsejébe esik vagy sem. A négyzetre emelés után mindkettő ugyanazt az eredményt adja, azaz

$$r_1 = \frac{a^2 + 4b^2}{8b} \quad \text{és} \quad r_2 = \frac{b^2 + 4a^2}{8a}.$$

Ezt (1)-be helyettesítve kapjuk, hogy

$$a(a^2 + 4b^2) + b(b^2 + 4a^2) \geq 5ab(a + b).$$

Ennek az egyenlőtlenségnek a helyességét kell igazolnunk.

Rendezés után

$$a^3 - a^2b - ab^2 + b^3 \geq 0.$$

Tovább alakítva kapjuk, hogy

$$a^2(a - b) - b^2(a - b) = (a^2 - b^2)(a - b) = (a - b)^2(a + b)$$

s ez valóban nagyobb vagy egyenlő 0, hiszen a és $b > 0$. Egyenlőség csak akkor állhat fenn, ha $a = b$, azaz az idom négyzet.