

Tekintsük az $[1; 2]$, $[2; 4]$, $[4; 8]$, $[8; 16]$, $[16; 32]$, $[32; 64]$, zárt intervallumokat. Ha $A \leq 64$ – és természetesen nagyobb, mint 1 –, akkor bárhogy is adunk meg 1 és A között hét valós számot, a fenti hat intervallum között mindig van olyan, amelyben a hét szám közül legalább kettő található. Ennek a kettőnek a hányadosára pedig teljesül a feltétel. Így a keresett szám legalább 64 .

Ha $A > 64 = 2^6$, akkor $\sqrt[6]{A} > 2$. Így $\sqrt[6]{A}$ bármely két egész kitevőjű hatványának is 2 -nél nagyobb – vagy $1/2$ -nél kisebb – a hányadosa. Mivel pedig $\sqrt[6]{A}$ -nak a 0 -adik, első, második, ..., hatodik hatványa 1 és A között van, és a hét szám közül most semelyik kettő hányadosára nem teljesül a feltétel, ezért a keresett A szám nem lehet nagyobb, mint 64 .

A keresett szám tehát a 64 .

Megjegyzés. Ugyanezt az eredményt kapjuk, ha a szövegben szereplő „között” értelmezésekor nem engedjük meg az egyenlőséget. A bizonyítás első fele szóról szóra elismételhető, az $A > 64$ esetben pedig $\sqrt[6]{A}$ helyett egy 64 és A közé eső B számból – tehát amelyre $A > B > 64$ – kell kiindulnunk. Ehhez létezik olyan C szám, melyre $C > 1$, másrészt még $C \cdot B$ is kisebb, mint A . Ha most C -t rendre megszorozzuk a 2 -nél nagyobb $\sqrt[6]{B}$ első hét nemnegatív egész kitevőjű hatványával, akkor a kapott hét szám mindegyike nagyobb, mint 1 , és kisebb, mint A , másrészt semelyik kettő hányadosára nem teljesül a mondott feltétel.