

Megoldás. Tegyük föl, hogy mégis létezik olyan $f(x)$ polinom, amelyre mind a három szám kisebb 1-nél. Ekkor kettejük felhasználásával

$$\begin{aligned} |f(0) - 1| = |b - 1| < 1, \quad \text{azaz} \quad -1 < b - 1 < 1 \\ |f(2) - 9| = |2a + b - 9| < 1, \quad \text{azaz} \quad -1 < 2a + b - 9 < 1 \end{aligned}$$

Ezeket az egyenlőtlenséget összeadva, majd 2-vel osztva a

$$-1 < a + b - 5 < 1$$

egyenlőtlenséget kapjuk, ami rendezve a

$$(1) \quad 4 < a + b < 6$$

alakot ölti. Feltettük azonban még azt is, hogy

$$|f(1) - 3| = |a + b - 3| < 1, \quad \text{azaz} \quad -1 < a + b - 3 < 1.$$

Rendezve

$$2 < a + b < 4,$$

ami a (1) egyenlőtlenséggel összevetve a

$$4 < a + b < 4$$

egyenlőtlenségre vezet, ez pedig lehetetlen. Ellentmondásra jutottunk feltevésünkkel, és ezzel igazoltuk az állítást.