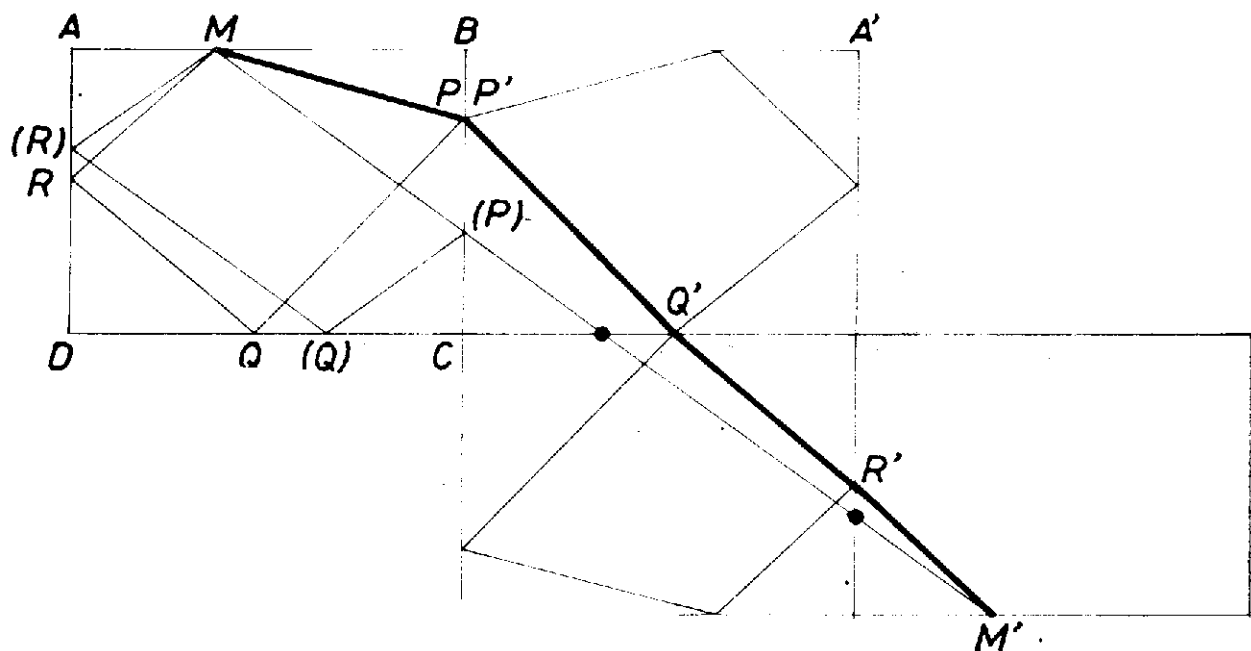
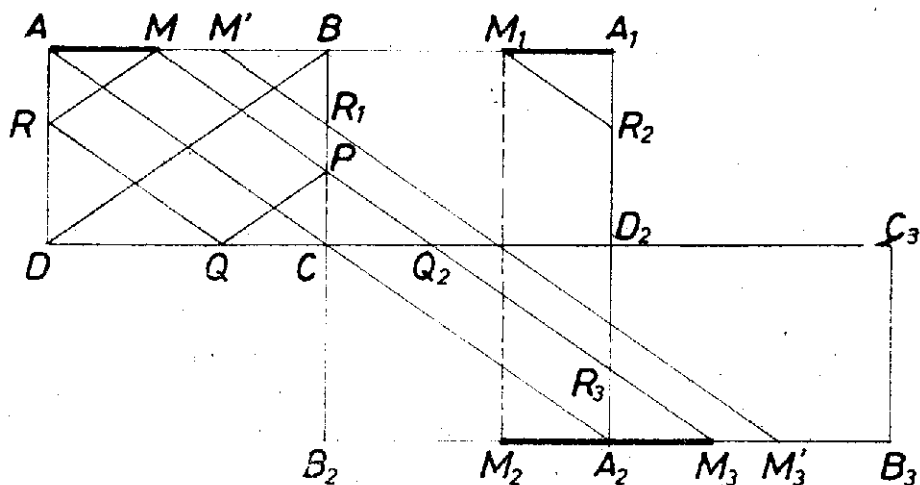


Legyen M az AB oldal pontja. Vegyük fel a BC oldalon a P , CD -n a Q , DA -n az R pontokat tetszőlegesen. Próbáljuk meg az $MPQR$ négyszög oldalait „kiegyenesíteni” úgy, hogy közben a pontok egymástól való távolsága ne változzék.



Ezért először tükrözzük az $ABCD$ téglalapot a BC oldalára. Mivel P pont a tengelyen van, tükröképe önmaga. Jelöljük Q új helyzetét Q' -vel. A tükrözés miatt $PQ = PQ'$. Ezután tükrözzük a második téglalapot a CQ' tengelyre. Ekkor Q' esik egybe a tükröképével és R -nek a két egymás utáni tükrözés után kapott képére, R' -re $Q'R' = QR$. Végül a harmadik téglalapot az R' pontot tartalmazó téglalapoldalra tükrözve M -nek a három egymás után elvégzett tükrözés után kapott M' képére $R'M' = RM$. A kapott $MPQ'R'M'$ töröttvonal hossza nyilván megegyezik az $MP + PQ + QR + RM$ út hosszával. Ez pedig akkor lesz a legrövidebb, ha M és M' pontokat egyenes vonallal kötjük össze. Az összekötő egyenes a megfelelő oldalakból kimetszi az (R) , (Q) , (P) pontokat, amelyeket az eredeti téglalap oldalaira visszatükrözve megkapjuk a feladat megoldását. Az MM' egyenesnek mindig lesz metszéspontja a téglalap oldalaival, hiszen P , Q , R , M az oldalak belső pontjai, esetleg valamelyik csúccsal egybeesnek.



Megjegyzés. Az egyes tükrözések után kapott pontokat a megfelelő indexszel jelölve láthatjuk, hogy az M pont helyzetétől függetlenül a minimális négyszög oldalainak összege mindig ugyanakkora. A tükrözés miatt ugyanis $AM = M_1A_1 = M_2A_2 = A_2M_3$ és ezért $MM_3 \parallel AC$. Amiből következik, hogy az $MPQR$ négyszög oldalai a téglalapnak vagy az AC vagy a BD átlójával párhuzamosak, azaz $MPQR$ paralelogramma. Ha M az A csúcsba esik, akkor a legrövidebb út a téglalap átlójának kétszerese, s ez mindig a legrövidebb út hossza.