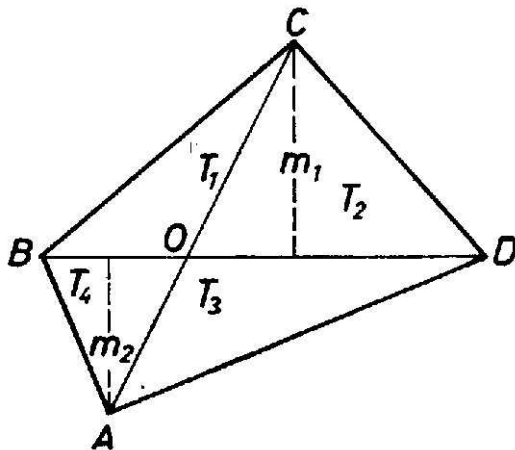


Mivel az $ABCD$ négyszög konvex, tartalmazza az átlóinak O metszéspontját. Így a négyszög T területét a BOC , COD , DOA , AOB részháromszögek T_1 , T_2 , T_3 , T_4 területének összege adja.



Fejezzük ki a területeket a $DB = DO + OB$ átló és a megfelelő magasságok segítségével.

$$T_1 = \frac{OB \cdot m_1}{2}, \quad T_2 = \frac{OD \cdot m_1}{2}, \quad T_3 = \frac{OD \cdot m_2}{2}, \quad T_4 = \frac{OB \cdot m_2}{2}.$$

Vegyük észre, hogy $T_1 T_3 = T_2 T_4$, vagyis

$$(1) \quad T_4 = \frac{T_1 T_3}{T_2}.$$

Legyen T_4 az ismeretlen terület, akkor a másik három terület értékéről annyit tudunk, hogy a 24 cm^2 , ill. 25 cm^2 valamelyike. Keressük a $T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4$ összeg maximális értékét. Azt gondolnánk, ez akkor a legnagyobb, ha a T_1 , T_2 , T_3 mindegyikét 25 cm^2 -nek választjuk. Ekkor (1) miatt

$$T_4 = \frac{T_1 T_3}{T_2} = \frac{25 \cdot 25}{5} = 25 \text{ cm}^2, \quad \text{és így}$$

$T = 100 \text{ cm}^2$ adódna.

Valójában nem ez a legnagyobb érték. Ez rögtön kiderül, ha megvizsgáljuk, mikor lesz legnagyobb az (1) tört. Nyilván akkor, ha a számlálója a lehető legnagyobb és ugyanakkor a nevezője a lehető legkisebb, azaz ha $T_1 = T_3 = 25 \text{ cm}^2$ és $T_2 = 24 \text{ cm}^2$.

$$\text{Ekkor } T_4 = \frac{25 \cdot 25}{24} = 26 \frac{1}{24} \text{ cm}^2 \text{ és } T = 25 + 24 + 25 + 26 \frac{1}{24} = 100 \frac{1}{24} > 100 \text{ cm}^2.$$

Megmutatjuk, hogy ez T lehető legnagyobb értéke. Mivel $T_1 \leq 25 \text{ cm}^2$, $T_3 \leq 25 \text{ cm}^2$, ezért $T_1 + T_3 \leq 50 \text{ cm}^2$, és $T_1 \cdot T_3 \leq W = 625 \text{ cm}^4$. Tehát

$$T \leq 50 \text{ cm}^2 \left(T_2 + \frac{W}{T_2} \right).$$

Itt T_2 -nek két lehetséges értéke van. Mindkettő mellett kiszámoltuk már a jobb oldal értékét, és láttuk, hogy az $T_2 = 24 \text{ cm}^2$ mellett nagyobb a $T_2 = 25 \text{ cm}^2$ -hez tartozó értéknél.

F. G.

Megjegyzések. 1. Könnyen belátható, hogy a maximális területű négyszög trapéz. Ugyanis ha $T_1 = T_3 = 25 \text{ cm}^2$, akkor $T_{ACD} = T_{BCD}$. Mivel ACD_{Δ} és BCD_{Δ} alapja, DC azonos, és területük egyenlő, a magasságuknak is meg kell egyeznie. Ez viszont azt jelenti, hogy $AB \parallel DC$, vagyis a négyszög trapéz.

2. Nagyon sok megoldó az $\frac{1}{24}$ törtet átírta tizedestört alakra és a 0,0416 tört értékét lekerekítette 0,041 vagy 0,04 értékre. Ilyenkor szigorúan véve „a legfeljebb mekkora ... ?” kérdésre nem adtak helyes választ!