

Megmutatjuk, hogy nem lehet. Tegyük fel ugyanis, hogy van megfelelő számozás és helyezzük egymás fölé a két nyolcszöget. Legyen a felső lap – amelyiknek csúcsait sorban megszámoztuk – i -edik csúcsa alatt az alsó lap a_i számú csúcsa, ahol a_i az 1, 2, ..., 8 számok valamelyike. Ahhoz, hogy az i és a_i csúcsok egymás fölé kerüljenek, az alsó nyolcszöget az óramutató járásával ellentétes irányba $k_i \cdot 45^\circ$ -os szöggel kell elforgatni, ahol

$$k_i = \begin{cases} i - a_i & \text{ha } i \geq a_i, \\ i - a_i + 8 & \text{ha } i < a_i. \end{cases}$$

Ha i 1-től 8-ig fut, k_i a 0, 1, 2, ..., 7 értékek mindegyikét pontosan egyszer veszi fel. Ha ugyanis valamelyik értéket legalább kétszer venné fel, akkor lenne a 8 érték között legalább egy, mondjuk k , amelyik nem egyenlő egyik k_i -vel sem. Erre a k -ra elvégezve a $k \cdot 45^\circ$ -os forgatást, egyetlen csúcs sem jutna fedésbe.

A k_i számok definíciójából kapjuk, hogy

$$k_1 + k_2 + \dots + k_8 = (1 + 2 + \dots + 8) - (a_1 + a_2 + \dots + a_8) + 8m,$$

ahol m valamilyen egész szám. De $a_1 + a_2 + \dots + a_8 = 1 + 2 + \dots + 8$, így

$$8m = k_1 + k_2 + \dots + k_8 = 0 + 1 + \dots + 7 = 28.$$

Mivel 28 nem osztható 8-cal, ellentmondásra jutottunk, azaz nem létezik a kívánt számozás.

Megjegyzés. Hasonlóan látható be, hogy megfelelő számozás tetszőleges n szög esetén akkor és csak akkor létezik, ha $\frac{n(n-1)}{2}$ és $n(n-1)$ n -nel osztva ugyanazt a maradékot adja, vagyis ha n páratlan. Ekkor az ellentétes irányú számozás megfelelő.

Megyesi Gábor (Szeged, Juhász Gy. Tanárképző Főiskola 1. sz. Gyak. Ált. Isk., 8. o. t.)