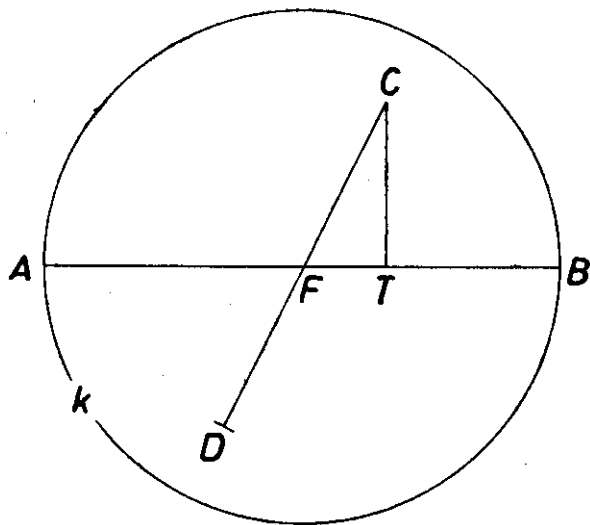
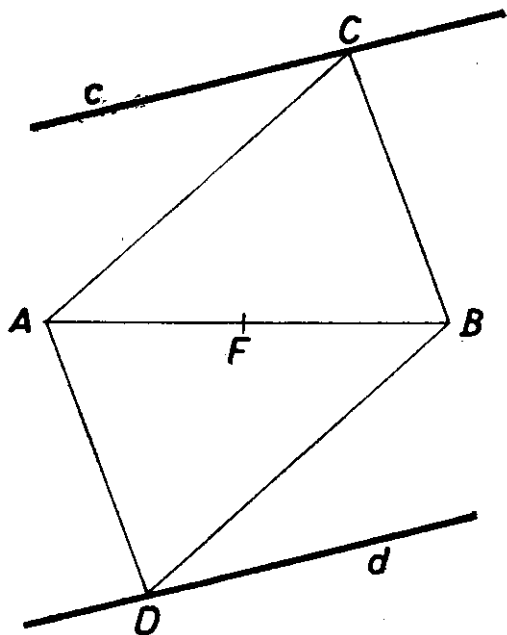


Ha van a  $C$ -n átmenő  $c$  egyenesnek az  $AB$  szakasszal közös  $T$  pontja, akkor  $A$ -nak  $c$ -től mért távolsága legfeljebb  $AT$ ,  $B$ -nek  $c$ -től mért távolsága legfeljebb  $BT$ , és a kettő összege legfeljebb  $AB$ . Ez el is érhető, ha  $C$ -nek az  $AB$  egyenesen levő vetülete az  $AB$  szakaszon van, amikor is  $T$ -nek épp ezt a vetületet kell választani.

Ha  $c$ -nek nincs közös pontja az  $AB$  szakasszal, tükrözzük  $c$ -t és  $C$ -t az  $AB$  szakasz  $F$  felezőpontjára. Jelöljük a kapott egyenest  $d$ -vel,  $C$  tükörképét pedig  $D$ -vel.



Mivel az  $AB$  szakasz  $F$ -re vonatkozó tükörképe önmaga,  $d$ -nek sincs  $AB$ -vel közös pontja, és az  $AB$  szakasz  $F$ -fel együtt a  $c$  és  $d$  egyenesek közti sávban van. A felhasznált tükrözés  $B$ -nek  $c$ -től mért távolságát  $A$ -nak  $d$ -től mért távolságába viszi át. Emiatt az  $A$ ,  $B$  pontok  $c$ -től mért távolságának az összege egyenlő  $A$ -nak  $c$ -től és  $d$ -től mért távolságának összegével. Mivel most  $A$  a párhuzamos  $c$ ,  $d$  egyenesek között van, ez utóbbi egyenlő  $c$  és  $d$  távolságával, ami viszont legfeljebb  $CD$ . Ez el is érhető, ha  $c$ -t  $CD$ -re merőlegesnek választjuk, feltéve, hogy a kapott egyenes nem metszi az  $AB$  szakaszt.

Összefoglalva a kapott eredményeinket, megállapíthatjuk, hogy a szóban forgó összeg nem lehet egyidejűleg  $AB$ -nél is,  $CD$ -nél is nagyobb. Megmutatjuk, hogy ha  $AB \geq CD$ , akkor a maximum  $AB$ -vel egyenlő, különben  $CD$  az értéke. Ha ugyanis  $AB \geq CD$ , akkor  $C$  nem lehet az  $AB$  szakasz feletti  $k$  Thalész körön kívül, így az  $AB$  egyenesen levő  $T$  vetülete biztosan az  $AB$  szakasz belsejében van. Ekkor a keresett egyenes a  $CT$  egyenes, de ha  $AB = CD$ , akkor a  $CD$ -re merőleges egyenest is választhatjuk helyette.

Ha pedig  $CD \geq AB$ , akkor a  $CD$ -re  $C$ -ben emelt merőleges vagy érinti  $k$ -t, vagy  $k$ -n kívül halad. Így ha  $CD > AB$ , akkor a vizsgált távolságösszeg maximuma  $CD$  és ehhez  $c$ -t  $CD$ -re merőlegesnek kell választani.

Mivel  $C$  pontosan akkor van  $k$  belsejében,  $k$ -n, vagy  $k$ -n kívül, ha az  $ABC$  háromszög  $C$ -nél levő szöge tompaszög, derékszög vagy hegyesszög, a kapott eredmény azt jelenti, hogy ezeknek az eseteknek megfelelően a vizsgált maximum értéke rendre  $AB$ ,  $AB = CD$ , és  $CD$ , ahol ez utóbbi az  $ABC$  háromszög  $C$ -hez tartozó súlyvonalának a kétszeresével egyenlő. Ha  $C$ -nél derékszög van, akkor a  $C$ -beli magasságvonal is, és a  $C$ -beli súlyvonalra merőleges egyenes is választható a keresett egyenesnek, különben e kettő közül csak az egyik adja a lehető legnagyobb távolságösszeget.