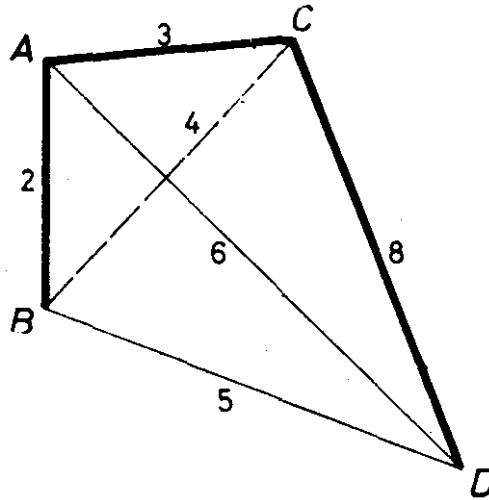


Próbáljunk meg tetraédert építeni az adott élekből. Nem szerepelhetnek ugyanabban a háromszögben a 2 cm-es és a 8 cm-es élek, hiszen a 2 cm-es élt a többi négy közül még a legnagyobb, a 6 cm-es élt sem egészíti ki 8 cm-nél hosszabbra, márpedig egy háromszögben két oldal összege nagyobb a harmadiknál. Jelöljük a 2 cm-es élt végpontjait A -val, B -vel, a 8 cm-eséit C -vel, D -vel, tudjuk már, hogy ezek különbözőek.



A többi 4 él mindegyikének az egyik végpontja az A , B , a másik a C , D pontok közül való. Válasszuk úgy a betűzést, hogy a 3 cm-es él két végpontja A és C legyen. Az ABC háromszög harmadik oldala, BC most már csak a 4 cm-es él lehet, hiszen a másik kettő mellett az $AB + AC = 5$ cm-es összeg túl kicsi lenne. Ugyancsak kevés az 5 cm-es él az ACD háromszög harmadik oldalának, így $AD = 6$, $BD = 5$. Ezek mellett az ABD háromszögben $AD = 6$, cm $AB + BD = 7$ cm, a BCD háromszögben $CD = 8$ cm, $BC + BD = 9$ cm, tehát a keresett tetraéder valóban létrejön.

Tegyük fel most, hogy az adott elemekből ketten is felépítették a keresett tetraédert. Betűzzük az első tetraéder csúcsait a fenti megfontolás szerint A -val, B -vel, C -vel, D -vel, a másodikat A' -vel, B' -vel, C' -vel, D' -vel, ekkor tehát

$$(1) \quad AB = A'B', \quad AC = A'C', \quad BC = B'C', \quad AD = A'D', \quad BD = B'D', \quad CD = C'D'.$$

A második $A'B'C'$ lapja egybevágó az első ABC lapjával, tehát ráhelyezhető úgy, hogy A' az A -ra, B' a B -re, C' a C -re kerüljön. Ezután a D' pont rendre ugyanolyan messze lesz az A , B , C pontoktól, mint a D . Ha D és D' azonosak, készen vagyunk, ha nem, tekintsük a DD' szakaszt. Az A , B , C pontok mindegyike egyenlő távolságra van ennek a végpontjaitól, tehát ezek a pontok benne vannak a szakasz felezőpontján átmenő, a szakaszra merőleges S síkban. Így ha az $ABCD$ tetraédert S -re tükrözzük, az átmegy az $ABCD'$ tetraéderbe. A két tetraéder tehát mindig egybevágó.

Erdős László (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., I. o. t.)

Megjegyzés. Megoldásunk második fele általános érvényű: (1) teljesülése mindig maga után vonja az $ABCD$, $A'B'C'D'$ tetraéderek egybevágóságát. Ha azonban a feladatban például 5, 6, 8 helyett 10, 5, 10, 6, 10, 8 állna, a feladat állítása már nem volna igaz, hiszen ekkor a D -ből induló élek tetszés szerint átrendezhetőek.