

A második egyenletből kivonva az elsőt, kapjuk az eredetivel ekvivalens

$$(1) \quad x + y + z + t = 5,$$

$$(3) \quad y + 4z + 9t = 12$$

egyenletrendszert.

A megoldások nem negatívak, így (3) alapján $t \leq 1$. Két esetet különböztetünk meg, aszerint, hogy $t = 1$ vagy $t = 0$.

a) Ha $t = 1$, akkor egyenletrendszerünk így alakul:

$$(1a) \quad x + y + z = 4,$$

$$(3a) \quad y + 4z = 3.$$

(3a) alapján $z < 1$, így $z = 0$, és $y = 3$, végül (1a) szerint $x = 1$.

b) Ha $t = 0$, akkor egyenletrendszerünk:

$$(1b) \quad x + y + z = 5,$$

$$(3b) \quad y + 4z = 12.$$

(3b) alapján $y = 12 - 4z$, emiatt y osztható 4-gyel. Mivel (1b) szerint $y \leq 5$, így $y = 4$, vagy $y = 0$. Ha $y = 4$, akkor $z = 2$, de (1b)-ből $y + z \leq 5$, tehát így nem kapunk gyököt.

Ha $y = 0$, akkor $z = 3$, így (1b)-ből $x = 2$.

Minden lehetőséget végignéztünk, így az egyenletrendszernek két megoldása van. Ezek:

$$x_1 = 1; \quad y_1 = 3; \quad z_1 = 0; \quad t_1 = 1,$$

$$x_2 = 2; \quad y_2 = 0; \quad z_2 = 3; \quad t_2 = 0.$$

Megjegyzés. Feladatunk átfogalmazható az alábbi „pénzváltási” feladatra: hányféleképpen fizethető ki 5 darab ér-mével 17 forint, ha a rendelkezésünkre álló címletek: 1, 2, 5 és 10 forintos.