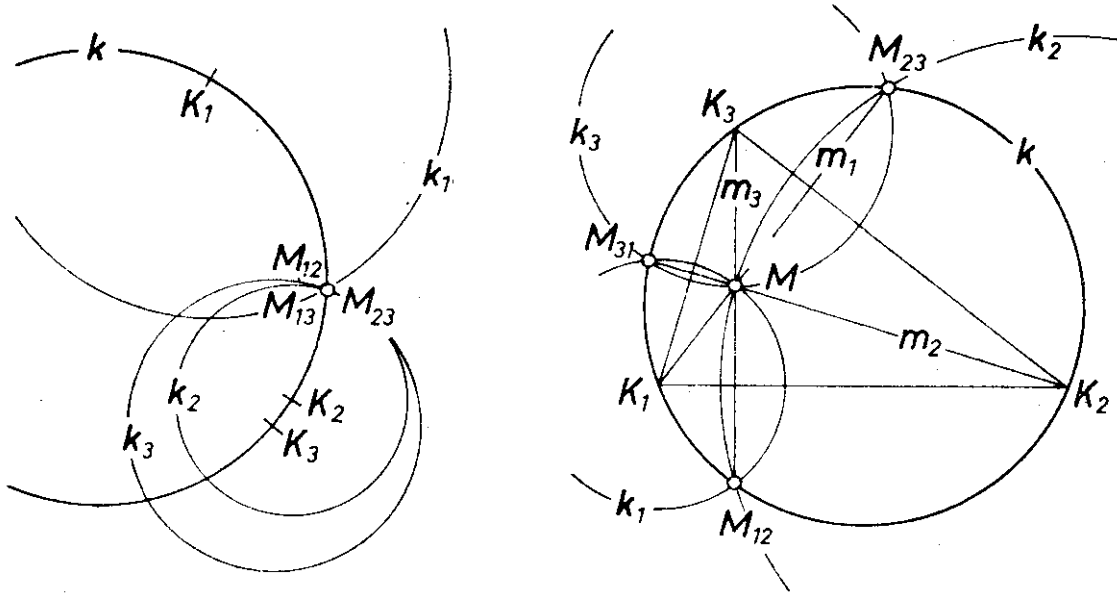


Jelöljük a k_i kör középpontját K_i -vel, k_i -nek k_j -vel és k -val alkotott metszéspontját M_{ij} -vel ($i, j = 1, 2, 3; i \neq j$). Ha az M_{12}, M_{23}, M_{31} pontok közül kettő azonos, a harmadik is azonos velük, és ez a három kör közös pontja. A továbbiakban feltesszük, hogy ez a három pont különböző. Mivel a k_i, k_j körök szimmetrikusan helyezkednek el a középpontjaikon átmenő K_iK_j egyenesre nézve, a másik metszéspontjuk M_{ij} -nek a K_iK_j -re vonatkozó tükörképe. Mivel feltevésünk szerint M_{ij} a k -n van, k_i és k_j másik metszéspontja rajta van k -nak K_iK_j -re vonatkozó tükörképén. Jelöljük ezt k_{ij} -vel. Eszerint a k_1, k_2, k_3 köröknek csak akkor van közös pontja, ha a k_{12}, k_{23}, k_{31} köröknek van közös pontja, és a két közös pont csak azonos lehet.



Tekintsük a $K_1K_2K_3$ háromszöget, és jelöljük benne a K_i -n átmenő magasságvonalat m_i -vel ($i = 1, 2, 3$). Ha az m_1, m_2 egyeneseket a K_1K_2 szakasz felezőpontjára tükrözzük, Thalész tétele szerint a k -ban K_3 -mal átellenes K_3^* -on átmenő egyeneseket kapunk. Emiatt a háromszög M magasságpontjának K_1K_2 -re vonatkozó tükörképe rajta van k -n, hiszen azonos K_3^* -nak K_1K_2 felezőmerőlegesére vonatkozó tükörképével. Megfordítva, k -nak a K_1K_2 -re vonatkozó k_{12} tükörképe átmegy M -en, tehát a k_{12}, k_{23}, k_{31} köröknek tetszőleges $K_1K_2K_3$ háromszögben a háromszög M magasságpontja a közös pontja. Mint láttuk, csakis ez lehet a k_1, k_2, k_3 közös pontja is. A szóban forgó k_1, k_2, k_3 köröknek tehát akkor és csakis akkor van közös pontjuk, ha átmennek a középpontjaik által meghatározott háromszög magasságpontján, vagy mindhárom átmegy k -nak egyazon a pontján.